【研究动态】

以赛亚·安德鲁斯对理论计量经济学的贡献

——2021年度约翰·贝茨·克拉克奖得主学术贡献评介

陈燕 李军军

【摘要】哈佛大学经济学教授以赛亚·安德鲁斯由于在理论计量经济学领域的突出贡献而荣获2021年度约翰·贝茨·克拉克奖。他在结构模型参数估计和检验等方面取得了丰硕的研究成果:在完善结构模型参数估计的稳健性检验方面,提出了测度和提升模型透明度、参数估计敏感度和信息度的方法;在识别和纠正参数估计偏误方面,提出了纠正发表偏倚和“赢家诅咒”问题的新方法;在结构模型弱识别条件和弱工具变量方面,构建了新的检验和修正方法。安德鲁斯旨在解决结构模型参数估计的稳健性检验和可信度提升问题,使得实证研究更加规范和完善,促进了理论计量经济学的发展和应用。

【关键词】以赛亚·安德鲁斯;克拉克奖;结构模型;参数估计

【作者简介】陈燕,福建社会科学院,电子邮箱:fzcy66@126.com(350001);李军军,福建师范大学经济学院,电子邮箱:ljjmailbox@163.com(350007)。

【原文出处】《经济学动态》(京),2021.7.149~160

2021年的约翰·贝茨·克拉克奖颁发给了哈佛大学经济学教授以赛亚·安德鲁斯(Isaiah Andrews),以表彰其为理论计量经济学做出的突出贡献。美国经济学会认为安德鲁斯对计量经济学理论和实证研究的贡献提高了经济学定量研究的质量,在改进计量经济学一些重要实证研究方法中发挥了关键作用,使研究结果更为可靠,也更便于交流。安德鲁斯现年35岁,是克拉克奖获奖年龄偏小的经济学家,2009年获耶鲁大学经济学和数学学士学位,2014年获麻省理工学院经济学博士学位,之后就职于哈佛大学,2018年晋升为正教授,2020年当选为计量经济学会会士。近年来,安德鲁斯在理论计量经济学领域成果丰硕,与合作者的论文大多发表在《美国经济评论》(AER)等经济学领域的顶级期刊上。本文从完善结构模型参数估计的稳健性、识别和修正估计偏误、弱识别条件的检验和参数推断、弱工具变量的识别和检验以及改进最优决策规则五个方面来梳理分析安德鲁斯近年来的研究成果。

一、完善参数估计的稳健性检验

安德鲁斯通过构建结构模型透明度、参数估计敏感度和信息度的测度方法,在检验和有效提升模型参数估计的稳健性方面做出了创新,从而有助于更好解读模型的实证研究结果。

(一)测度和提升模型透明度

一般而言,构建计量经济学模型都需要设定各种前提假设,然后才能对总体参数进行估计。由于设置模型的假设条件往往取决于研究者以及样本数据的各种矩条件特征,这可能会导致模型设置和参数估计的差异。在广泛应用的线性回归模型中,参数估计量是因变量和自变量的线性组合,依据方差和协方差等矩条件可以构建统计量,从而对参数进行检验和推断,可以较直观地发现这些数据的矩特征变化如何影响参数估计值。而结构模型的最大挑战就是,随着模型复杂程度的提升,关键参数的估计变得越来越不明确。可以认为,传统的结构型实证研究就像一个黑箱,一篇论文可能从一个包含众多

前提假设的复杂模型开始,再提出极其复杂的估计方法,然后给出模型的估计结果和反事实推断。如果读者认可模型的全部假设条件,也就会接受该实证分析结果。反之,如果读者不认可模型的假设条件,或者提出了其他的假设条件,则对研究结论就会有不同的解读。因此,许多人非常重视对数据重要特征和变量关系的描述性统计分析,并考察它们与结构模型估计结果之间的关系。将具体数据特征与关键参数估计联系起来,有可能使估计结果更加透明,帮助对模型假设存疑的读者更好地了解模型及其估计结果。在《结构化研究的透明度》(Andrews, Gentzkow & Shapiro, 2020a)一文中,安德鲁斯等假定,研究者在原假设条件(h_0)下的参数估计为 $\hat{\theta}$,而读者基于不同假设条件(h_1)得到另外的参数估计 $\tilde{\theta}$,定义两个参数估计离差平方的条件最小期望 $E(\text{var}(\theta | \hat{\theta})) = E(\min E(\tilde{\theta} | \hat{\theta})^2 | \hat{\theta})$ 为估计风险,则有 $\text{var}(\theta) \geq E(\text{var}(\theta | \hat{\theta})) \geq E(\text{var}(\theta | h_1))$ 。对于完整观测数据而言,可以把两个参数估计风险的降低之比定义为透明度, $T = [\text{var}(\theta) - E(\text{var}(\theta | \hat{\theta}))] / [\text{var}(\theta) - E(\text{var}(\theta | h_1))]$,取值范围为0~1,其值越接近于1,则说明读者能够较容易地在其假设条件下得到与原作者较为相同的推断结果。那么,模型在某种程度上透明度较高,不容易受到各种假设条件的影响,这是一种有别于模型有效性和稳健性的重要特征。在结构模型的实证研究中,如何提高模型透明度?安德鲁斯等把结构化参数估计设定为数据统计量的函数并加上误差项,而误差项也取决于反映两者关系的函数形式。提高模型透明度的一种办法就是合理估计参数使这个误差项为0,那么参数估计值仅取决于数据的描述统计量。如果参数估计不能使这个误差项为0的话,也要使之最小化,使参数估计接近于数据统计量的函数。此外,他们还设计了如何减少工作量来测度模型透明度的办法,以方便读者分析不同假设下参数估计的潜在偏误。这些设计的贡献在于,读者可以根据安德鲁斯等提出的这几种测度方法来测出模型透明度,这样就将参数估计与具体数据特征联系起来,使得估计结果更加透明,以便更好地理解模型及其估计结果,进而对研究结论的解释更加精准。

(二)测度和应用参数估计敏感度

对于如何判定非线性模型参数估计是否具有稳健性,比如在遗漏变量情况下如何分析参数估计可能存在的估计偏误,在《测度参数估计对估计矩的敏感度》(Andrews, Gentzkow & Shapiro, 2017)一文中,安德鲁斯等提出的解决方法可用来测量非线性模型中参数估计对模型假设条件的敏感度,而这些假设条件决定了参数估计与数据特征之间的关系。如果能够知道模型存在设定偏误,比如遗漏重要变量,或者存在其他违反经典假设的情况,就能据此测度参数估计值的变化及偏误大小。

假设参数估计 $\hat{\theta}$ 由最小化 $\hat{g}(\theta)' \widehat{W} \hat{g}(\theta)$ 得到,这里 $\widehat{W}$ 为权重矩阵样本估计, G 是矩条件的雅可比矩阵, $\hat{g}$ 是 G 的连续微分函数。此外,设 $\hat{\theta}$ 对 $\hat{g}(\theta)$ 的敏感度矩阵为: $\Lambda = -(G'WG)^{-1}G'W$ 。在多数情况下,矩阵 G 在求参数估计 $\hat{\theta}$ 的渐进方差时已经给出,因此计算敏感度矩阵也相对较为容易。他们的研究表明,敏感度矩阵可以渐进地将模型备择假设下的矩转化为参数估计的偏误: $E(\tilde{\theta}) = \Lambda \cdot E(\tilde{g})$,其中, $\tilde{\theta}$ 是在备择假设下的参数估计向量, $\tilde{g}$ 是在原假设下的参数估计向量,这里的参数估计向量可以用广义矩估计(GMM)、最大似然估计(MLE)或者普通最小二乘估计(OLS)等方法得到的结果。直观地看,这里的敏感度矩阵是矩条件到参数估计映射的局部逼近,可以用其来反映不同假设条件对参数估计的影响。

为了进一步说明参数估计敏感度,安德鲁斯等应用该方法研究了一些早期发表的案例。比如,DeLaVigna et al(2012)通过一场社会实验来分析慈善捐款的驱动力是来源于利他动机还是社会压力,发现社会压力是捐款的一个重要驱动力,而且普通家庭受这种驱动力的影响后更容易在上门拜访的律师劝说下捐款。模型原假设一是:如果家庭捐款少于10美元,那么该家庭将承受社会压力,如果家庭捐款超过10美元,就没有这方面的压力;原假设二是:如果没有这种社会压力,就不会捐款。对此,安德鲁斯等计算了社会压力参数估计的敏感度,发现捐款额集中在10美元,与模型假设一致。对于第二个假设,如果部分家庭捐款10美元只是因为捐赠纸币更方便,

那么用敏感度测量函数可以发现社会压力影响捐款的参数估计值是偏高的。再比如, Gourinchas & Parker(2002)通过其生命周期消费模型研究发现, 预防性动机在年轻时占主导地位, 而生命周期动机在晚年占主导地位, 这为观察到的驼峰型消费模式和年轻时高边际消费倾向并存提供了理论依据。而安德鲁斯等的研究表明, 参数估计敏感度测量能够为消费周期的平滑和预防性动机所表现的特征提供直观的说明, 并且举例说明在违背模型中消费和休闲的效用可分、不存在未观察到的收入来源两个假设条件时, 如何分析参数估计的敏感度。他们发现假设条件是否成立对参数估计值会产生实质性影响。例如, 不同的购物强度意味着消费和休闲的效用可分假设条件不成立, 将会低估预防动机相对于生命周期储蓄的重要性; 如果存在家庭内部收入转移, 那么就违背了“不存在未观察到的收入来源”这个假设条件, 也会产生明显的估计偏误。

测度和提升参数估计敏感度的方法主要有两方面的贡献: 一方面, 得出了最小二乘估计对估计矩扰动的有限样本导数, 并证明了该导数的极限值为敏感度矩阵; 另一方面, 研究人员可以在结构模型估计中报告敏感矩阵, 以此增加模型的透明度, 让读者更容易了解和量化违反假设条件对参数估计偏误和渐近性的影响。可见, 安德鲁斯等提出这种方法的最大贡献在于: 可以直观地将一个复杂的经济学现象进行解释和说明, 并且使测度出的结果可以很容易地识别出估计偏误。当然, 该方法也有一定的局限性: 其一, 敏感度测度矩阵只是一个局部近似, 对于偏离原假设条件不明显的情况, 可以提供较为准确的敏感度测量; 而在偏离原假设较明显的情况下, 仍然能够提供有价值的判断, 但受限于线性逼近的局限性; 而对于特别显著的假设条件偏差, 则适用性较差。其二, 敏感度矩阵 Λ 的单位取决于 $g(\theta)$ 的单位, 虽然不会影响对特定备择假设条件下估计偏误的判断, 但会影响对不同矩条件相对重要性的比较分析。

(三) 界定和应用参数估计信息度

结构模型由于假设条件以及其高度复杂性而缺乏透明度, 使得读者很难判断在模型设定偏误下估计结果如何变化。研究人员往往先估计普通回归系

数或者相关系数, 用以描述变量之间的关系, 再将普通回归与结构估计结果联系起来, 并将其作为识别分析的辅助条件, 使结构模型的估计结果更容易理解。但是, 我们通常很难知道研究人员所做的这些比较分析能否为模型估计提供有效信息, 以便进行反事实推断和预测。如果由普通回归估计可以推导出特定的结构估计结果, 研究人员就可以集中精力评估将两种估计结果联系起来的前提假设是否合适。在《论结构估计中描述性统计的信息度》(Andrews, Gentzkow & Shapiro, 2020b)一文中, 安德鲁斯等提出了参数估计值信息度的概念和测度方法, 通过测度信息度来量化结构估计最大可能偏误的下降程度。这种方法有两方面的贡献: 一方面, 让读者清楚地了解估计偏误可以修正的难易程度, 这样读者可以选择合适的修正方法; 另一方面, 这种方法可以应用于各种模型, 有望在模型实证分析中改进表达研究结果和政策评估的方式, 特别是有利于对一项或几项政策的经济效应分析。

假如研究人员构建了一个基准模型, 基于数据的分布函数 F (比如随机实验中数据的联合分布) 推导出目标参数 c 的一个完全或者渐进无偏估计量 $\hat{c}$ 。但读者可能不会接受基准模型的所有前提假设, 因此可能会担心参数估计的无偏性。研究人员还报告了描述性统计向量 γ 的估计 $\hat{\gamma}$, 这些信息也取决于数据的分布函数 F 。由于基准模型设定了 c 和 F 的关系, 便反映了 c 和 γ 的关系, 但是否正确有待验证。如果研究人员能够让读者相信 c 和 γ 的关系, 那么是否可以减少其对参数估计 c 有偏性的疑虑呢? 将基准模型定义为 $F^0(\cdot)$, 读者考虑的是比基准模型有更少假设的局部模型, 用 $F^N(\cdot)$ 来描述, 假设将每个 $\tilde{F} \in F^N(c)$ 位于与基准模型有相同数据分布 F 的邻域 $N(F)$ 中, 即: $F^N(c) = \{F \in F^0(c) \mid \tilde{F} \in N(F)\}$ 。为了让读者相信基准模型所设定的 c 和 γ 之间关系, 安德鲁斯等将研究聚焦在使 $\gamma(\tilde{F}) = \gamma(F)$ 的元素 $\tilde{F} \in N(F)$ 上, 即: $F^{RN}(c) = \{F \in F^0(c) \mid \tilde{F} \in N(F) : \gamma(\tilde{F}) = \gamma(F)\}$ 。设 b^N 表示在 $F^N(\epsilon)$ 上 $\hat{c}$ 可能出现的最大绝对偏误, b^{RN} 表示在 $F^{RN}(\epsilon)$ 上 $\hat{c}$ 可能出现的最大绝对偏误。研究表明, 在满足一定条件下, b^{RN}/b^N 等于 $\sqrt{1-\Delta}$, 其中 Δ 是一个标量, 安德鲁斯等

称其为结构模型参数估计值 c 的统计信息 γ 的信息度(informativeness)。如果参数估计和描述性统计服从相同的联合分布,对两者回归得到的拟合优度就是信息度,当信息度很高时, $\hat{\gamma}$ 会捕获数据中决定 c 的大多数信息。与其他研究识别和测度模型设定偏误的方法相比,这种方法专注于描述普通回归和结构估计之间的关系,目的是让读者对研究结论的可靠性有更清晰的认识。根据信息度大小,就可以判断降低参数估计最大偏误的可能性,并且通过恰当的设计可以识别出估计偏误的来源,从而提高模型的透明度。而且即使对于计算复杂的模型,信息度的测量也相对较为容易。安德鲁斯等提出信息度的贡献在于:当参数估计出现偏误时,通过测算信息度的大小就可以得知这种偏误的程度,并且通过一些方法找到估计偏误的根源,进而修正这种偏误,提高研究结果的准确度。

对于信息度测量和分析方法的应用,安德鲁斯等也做了很多案例研究,比较典型的案例是发行报纸网络版对印刷版的影响。比如,Gentzkow(2007)使用调查的个人截面数据来估计华盛顿特区对报纸印刷版和网络版的需求,论文的核心目标是估计网络版在多大程度上对印刷版产生挤出效应,这在很大程度上取决于网络版和印刷版之间的替代性。为了分析网络版和印刷版的替代关系,该论文在数据方面做了特别的设置:其一是设置一组工具变量,用来反映网络阅读效用的改变,但不会影响印刷版阅读的效用,比如工作中的上网方式;其二是建立近似面板数据,分别统计最近一天和最近5个工作日的报纸消费量,从而可以分析印刷版与网络版的消费量随时间变化的关系。安德鲁斯等对此做了进一步的研究。假设报社没有提供在线阅读选项,那么印刷版读者变化可以用参数估计 c 来反映。他们为此定义了三个向量:第一个向量是工具变量的系数向量,是2SLS估计中用最近5个工作日印刷版读者数量对网络版读者数量的回归系数;第二个向量是面板回归系数向量,是最近一天印刷版读者数量对网络版读者数量的回归系数,用以控制最近5个工作日印刷版读者和网络版读者之间交互作用;第三个向量包括前述工具变量系数和面板回归系数。研究结果发

现,工具变量系数的信息度非常低,模型总体信息度主要由面板回归系数的信息度构成,因此,要降低参数估计 c 最大可能偏误主要依赖于面板数据回归而不是工具变量。

二、估计偏误问题的识别和纠正

针对研究成果发表偏倚和政策评估“赢家诅咒”等引起的估计偏误问题,安德鲁斯提出了识别研究成果发表可能性的条件概率函数和纠正选择性发表偏倚的方法,并设计了混合推断方法以削弱政策评估存在的估计偏倚。

(一)识别和纠正发表偏倚问题

计量模型的实证研究结果难保正确无误,对已发表成果进行重复验证就会发现,尽管遵循了相同的方案和实验过程,但与初始研究相比,参数估计的显著性往往更小,甚至出现参数估计的系数符号相反的情况。由于期刊编辑和审稿人可能更倾向于发表统计检验显著的结果,研究人员相应地就会有更巨大的动机根据最终发表的可能性来选择性地撰写和提交研究结论,这些行为被统称为选择性发表或“发表偏倚”(publication bias),极有可能导致有偏估计和误导性推断。在《发表偏倚的识别和纠正》(Andrews & Kasy, 2019)一文中,安德鲁斯等讨论了容易产生发表偏倚的原因及其严重后果,设计了识别研究成果发表可能性的条件概率函数,并基于条件发表概率提出了如何纠正发表偏倚的方法。读者也可以运用安德鲁斯等所提出的方法对发表偏倚进行修正。

安德鲁斯等提出的识别条件发表概率的方法是,对原始研究进行系统性重复研究,采用与原始研究相同的方案,针对其总体的不同样本进行分析。当发表的成果没有选择性偏倚且原始研究和重复研究具有相同的样本量时,估计结果的联合分布是对称的,即交换原始研究和重复研究的样本,结论应该是一致的。如果发表决策仅依赖于原始研究的估计结果,即存在选择性偏倚,就可以用这种联合分布的不对称性确定条件发表概率。尽管重复研究的样本大小往往不同,但非参数方法识别的条件发表概率都是适用的。

安德鲁斯等进一步讨论了如何修正发表偏倚的

问题。假设对同一问题有不同的估计结果 $\hat{\theta}_i$, 标准化得到 $w_i = \hat{\theta}_i / \sigma_i$, 每个结果发表的概率服从一定的分布, 如果期刊编辑或者审稿人偏好发表那些通过显著性检验的估计结果, 则选择性发表扰乱了发表概率的正常分布, 可以视为服从截断分布。已知某一项估计 $\hat{\theta}^*$ 的条件发表概率为 $p(w^*)$, 则可以构建截断样本密度函数: $f(w^*) = p(w^*)z(w^* - E(w_i))/E(p(w^*))$ 及其分布函数: $F = \int_{-\infty}^{w^*} f(w_i)dw_i$, 其中, z 是正态分布分位数。他们证明了使函数 $F[w^* | \hat{w}_\alpha] = \alpha \in (0, 1)$ 成立的 $\hat{w}_\alpha$ 就是 α 分位数无偏估计, 可用以纠正选择性发表的估计偏倚。

安德鲁斯等用该方法对已经发表的大量实证研究成果进行了分析, 证实了发表偏倚问题的存在。他们对发表于 2011-2014 年间《美国经济评论》和《经济学季刊》的 18 篇跨学科实证研究论文的数据做了重复实验, 从每篇论文中选择原作者所强调的最重要的具有显著统计意义的研究结果进行验证, 发现调整后的参数估计虽然与原始研究的参数估计有一致性, 但显著性普遍偏小, 以 95% 的置信区间做参数区间估计, 有 12% 的案例调整后的参数估计值的区间估计覆盖 0 值, 但原始研究报告结果只有 2% 的案例的参数区间估计覆盖 0 值。安德鲁斯等的研究结论对期刊编辑和审稿人的启示是: 可以采用其方法来评估待发表成果是否存在选择性, 以及对参数估计结果、显著性检验和置信区间进行适当修正。这一方法尽管不能完全纠正所有可能存在的发表偏倚, 但有助于了解偏倚程度, 改进对研究结果的解释。

(二) 解决政策评估“赢家诅咒”问题

传统模型的政策评估是在多种备选方案下通过最优目标来实现的, 比如研究人员可能通过随机试验发现最佳方案, 或者基于历史数据选择最佳投资策略等。但是由于只考虑特定方案而忽略了一般情况下的平均效应, 目标参数估计结果可能存在严重偏误, 特别是有很多研究对象或者可选方案时更是如此。传统的基于 t 检验的置信区间也可能会严重偏离, 这种只反映优胜个体而忽略普通个体造成的估计偏倚现象被称为“赢家诅咒”, 已经引起广泛关注。对于这种估计偏误有两种不同的处理办法: 一

种是条件推断, 即估计结果的有效性仅取决于选择的最优方案, 这种方法可能更受青睐, 特别是倾向于证明某一种方案是否被接受的情况; 另一种则是无条件推断, 这就要考虑各种可能情况下目标参数估计结果的无偏性和有效性。

在《对赢家的推断》(Andrews, Kitagawa & McCloskey, 2021a) 一文中, 安德鲁斯等提出了削弱这种估计偏倚的方法。对于条件推断, 他们得到了最优中位数无偏估计和等尾置信区间, 并通过构造最优分位数无偏估计, 有效解决了估计偏误问题。哪怕是在处理组确实明显优于其他控制组而不存在“赢家诅咒”情况下, 他们的估计结果也与传统估计结果保持一致, 在条件推断中首次得到了一致渐近结果。另外一种方法是样本拆分法, 即利用样本数据的一个子集估计目标参数, 并利用剩余的子集得到参数估计和置信区间, 以保证目标参数估计的无偏性和置信区间的有效性。由于使用子样本估计的参数更具可变性, 而且效率较低, 他们在条件推断结果的基础上, 提出了计算便利的估计值和置信区间, 优于传统的样本拆分方法。对于无条件推断, 他们用一种投影技术来构建有效置信区间, 先为所有潜在目标建立一个同步置信带, 并为目标方案设置一组隐含值, 所得到的置信区间能够修正无条件推断置信区间的覆盖率, 但比传统参数估计的置信区间更宽。

关于选择条件推断还是无条件推断, 不仅要结合所研究的具体问题进行分析, 还取决于对选择目标有效性的关注程度。当然, 每项研究都可以进行条件推断和无条件推断, 然后对两种结果进行对比分析。由于条件推断和投影推断都不是无条件推断的一致性估计, 安德鲁斯等提出了一种把两者结合起来的混合方法, 通过限制混合置信区间相对于投影置信区间的最大长度, 来改进条件推断结果。这与现有方法相比在性能上有很大提升, 并且在没有出现“赢家诅咒”情况下能够保持条件推断的大部分良好性能。这种方法在均值向量未知、方差—协方差矩阵已知的有限样本正态分布模型中可以获得更窄的置信区间, 有效性在大量案例中得到了验证。

在政策评估方面, 现有文献主要是检验某一方是否最优, 而安德鲁斯等的学术贡献在于评估政

策的有效性,所提出的处理估计偏误方法的目的是评估目标政策或方案的有效性,其作用类似于事后政策评估。有所不同的是,利用安德鲁斯等的方法,读者可以在政策实施前便做出评估,有助于了解待评估政策的有效性或者预测政策的实施效果。安德鲁斯等应用检验和纠正“赢家诅咒”问题的方法研究了一些已经发表的实证案例。例如,Chetty & Hendren(2016a, 2016b)关于个人成长的邻里效应的研究认为,儿童成长的社区环境对其成年后的收入有长期影响,特别是对那些整个童年期都在特定社区度过的成年人的影响尤为突出。Chetty et al(2018)采用经验贝叶斯方法分析了这个问题,先验条件是假设不同社区间的迁移服从正态分布,利用可观测的社区特征向量作为贝叶斯后验均值,然后根据数据估计超参数的均值和方差。如果严格遵循这个先验条件并且从超参数估计中提取信息,那么选定社区的平均迁移的后验中位数将是先验条件下的无偏中位数估计,先验条件下的贝叶斯可信集具有正确的区间覆盖。

安德鲁斯等用模拟实验和实证研究两种方法来判断和处理该案例中的“赢家诅咒”现象。通过1万次模拟的实验结果表明,普通回归参数估计是有偏的,高估了这种政策的效果,而且在大部分社区表现出较大的估计误差绝对值,而经验贝叶斯估计偏误的正负方向在不同社区表现不同,而且有最小的估计误差绝对值。相对于模拟误差,条件估计是中位数无偏的,而混合估计接近于中位数无偏,它们的估计误差绝对值大小比较接近,处于中间水平。在实证研究中,混合方法得到的估计值与经验的贝叶斯估计值相比并没有明确的高低之分,只是区间估计更宽,但比投影方法的区间估计更窄。在不同社区的条件估计结果都比较接近,但区间估计的宽度有很大差别,特别是对于那些与混合估计值比较接近的社区,条件估计区间明显更宽。因此,如果不考虑估计精度,似乎无条件推断比条件推断更稳妥一些。

(三)度量和修正实验样本引起的估计偏误

随机试验是计量经济模型分析的常用方法。在随机实验中,研究者可以通过一定的机制决定哪些个体进入处理组,哪些个体进入控制组,这对估计结

果是有影响的。即使没有人为干预样本的情况下,随机试验为处置组样本得到的无偏估计仍然会不同于总体参数,两者的差异称为“外部有效性偏差”。在《评价外部有效性偏差的一种简单近似方法》(Andrews & Oster, 2019)一文中,安德鲁斯等提出在分析实验数据时要考虑不可观测的样本,并推导了一个将总体外部有效性偏差与观测值偏差联系起来的近似值,用以评估这种外部有效性偏差。在简单的选择和处置效应模型中,如果样本可选择性很小,则外部有效性偏差大约等于可观察样本选择偏差乘以一个系数,该系数度量了处置效应异质性在样本选择中的作用,他们还分析了不可观测样本与实验样本的不同关系是如何决定外部有效性偏差的上限和下限,并提出了矫正外部有效性偏差的相应途径。

另外,在《断点估计的推断》(Andrews, Kitagawa & McCloskey, 2021b)一文中,安德鲁斯等认为,如果特定模型的参数具有随机特性,但参数估计时忽略了其随机性,就会引起严重的估计偏误。他们详细讨论了门限回归模型和结构突变模型中参数估计和置信集的偏误问题,由于研究者往往采用最小化误差平方和的方法确定门限或者断点,与实际情况可能不符,导致参数估计严重偏误,置信集覆盖率不足。安德鲁斯等推导出了一种改进的分割样本方法,根据部分样本估计参数,利用剩余的样本进行推断,构造了具有正确覆盖率的分位数无偏估计量和置信集,并证明了它们在数据生成过程中的渐近有效性,使得目标参数在有限空间内保持随机性。

三、模型弱识别条件的检验和参数推断

安德鲁斯通过引入组合检验方法,对非线性模型和一般均衡模型的弱识别问题进行了检验,而且改进了参数估计和推断方法,并对冗余参数检验方法也进行了改进。

(一)非线性模型弱识别条件的复合检验

研究人员经常使用最小距离准则拟合非线性模型,试图将模型预测与简约式模型参数估计相匹配,那么复合假设的传统检验方法隐含地依赖于模型的近似线性,例如用一阶泰勒公式展开模型。但是在非线性关系情况下可能会出现结构参数的弱识别问题,常规方法对参数估计的稳定性检验可能缺乏可

信度。常用的检验方法包括广义 Anderson-Rubin(S)检验、分数(K)和条件(D)检验。比较而言,S检验效率较为稳定,但在强识别条件下效率较低。适合 GMM 模型的 K 检验在强识别时效率较高,而在弱识别时效率较低,在许多模型中,D 统计量可以看作是衡量识别强度的指标,决定了 K 检验的性能。在《非线性计量经济模型的几何方法》(Andrews & Mikusheva, 2016a)一文中,安德鲁斯等使用微分几何来推导出一致渐进有效的最小距离检验统计量,这些检验适用于各种数据生成过程和结构模型。他们首先研究了均值和方差未知的有限样本高斯模型中的“曲线零值”检验问题,证明了在这种情况下最小距离统计量服从特定分布,这个分布只依赖于由原假设定义的流形的几何曲率,并由已知的方差-协方差矩阵来刻画。安德鲁斯等利用非线性模型函数的曲率,在最小距离准则得到估计统计量的分布基础上建立了新的有限样本边界。根据这些边界,能够构造出对大量数据生成过程和结构模型一致渐进有效的复合假设的检验,满足结构参数和简约模型之间的任意非线性关系。据此,安德鲁斯等为读者提供了实现计算和检验效力改进的两种修正方法,通过这两种方法,读者只需要解决一个非随机优化问题来计算几何曲率,而不用重复模拟估计过程,这比其他检验方法更加有效。

在《弱识别模型的条件线性组合检验》(Andrews, 2016)一文中,安德鲁斯还引入了组合检验方法,即用各种检验方法的统计量构造条件线性组合(CLC),包括 S 统计量、K 统计量以及条件似然比检验(CLR)等。然后,安德鲁斯利用 D 统计量信息来确定单个检验统计量的权重,并基于 D 统计量选择临界值以确保统计量的合理值,得到的 CLC 组合检验结果都是无偏的。他也提出用最小化最大可能后悔值(MMR)的决策标准来构建线性组合检验,以减少研究人员在选择检验方法上的可能错误。在弱识别模型中,这种选择检验方法还是一种创新,在许多强识别模型中也具有最优效力,允许在大量线性和非线性模型中进行识别,而不用牺牲识别效力。但是在某些模型中,MMR 的统计量非常难以计算。在这种情况下,安德鲁斯又提出了一类可计算简化插值法

(PI)的 MMR 检验方法,在线性工具变量模型中应用效果良好,并且在存在异方差的时间序列工具变量模型中优于其他检验方法。

在《矩估计中有效的两步稳健识别置信集》(Andrews, 2018)一文中,安德鲁斯认为在具有潜在弱识别的模型中,研究人员通常根据模型识别的初始评估来决定是否报告稳健置信集。如果弱识别不是太明显,研究人员就会正常处理并报告非稳健置信集。如果弱识别非常明显,研究人员则会计算稳健识别置信集,或者设置不同的模型形式,甚至干脆不报告识别结果。这可能会导致报告结果的置信集产生较大的覆盖率失真,特别是在具有异方差、序列相关性等问题的工具变量模型中尤其明显,而用于控制这些覆盖率失真问题的现有方法非常有限。据此,安德鲁斯提出了可控制覆盖率失真的两步置信集构建方法:第一步是评估识别强度;第二步是依据评估结果报告置信集。这种方法将稳健置信集与非稳健置信集结合起来,以解决弱识别情况下出现的失真问题,使其更接近于强识别的情况,因而置信集构建法可以更好地被应用于一般模型之中。

在《弱矩估计模型的最优决策规则》(Andrews & Mikusheva, 2021)一文中,安德鲁斯等认为,在弱识别条件下,非线性模型的目标函数在某些方向上近似平坦,或具有多个近似最优解,导致有偏估计以及无效的标准误和置信集,为此他们提出了弱识别条件下非线性矩估计的最优理论和方法。由于弱识别条件下样本均值矩函数近似正态分布,可以做一个接近于大样本特性的无限维高斯过程极限实验,渐近最优解必须权衡参数空间的不同特性。他们通过贝叶斯决策规则来约束这些权衡,将不断更新的矩估计目标函数变形为似然函数,并结合先验信息生成贝叶斯决策规则。为了解决弱识别条件下准贝叶斯估计置信区间覆盖率不足问题,他们根据先验条件推导出加权平均检验方法,并收集未被检验拒绝的参数值来构造置信集。这些置信集的形式类似于准贝叶斯最高后验密度区域,但可确保在弱识别条件下的正确覆盖率。

(二)一般均衡模型弱识别条件的检验

弱识别通常是指,在数据信息不足的模型中,经

典假设条件下估计值缺乏渐近性,会影响最大似然估计正常的渐进性,不能很好地逼近真实参数,t统计量和Wald统计量的有限样本分布。很多学者研究了动态随机一般均衡(DSGE)模型的弱识别问题,指出很多模型的目标函数在一些方向上是单调的,提出了对数线性DSGE模型在弱识别情况下的稳健推断方法。在《平均似然比形式设定检验》(Andrews, 2012)一文中,安德鲁斯分析了模型的形式设定检验问题,认为模型的正确形式假设等价于矩等式的连续性。利用这些矩等式,安德鲁斯构造了一类模型形式设定检验,应用于包括平稳时间序列模型在内的一般模型。这些样本检验具有渐进一致性,无论从理论解释还是模拟分析角度,都比之前的局部检验有更好的效果。

在《最大似然估计的弱识别:一个信息问题》(Andrews & Mikusheva, 2014)一文中,安德鲁斯等认为极大似然估计方法在弱识别模型中可发挥重要作用,但一般严格依赖于一个假设,即通过二次变分法和似然函数的负海塞矩阵(Hessian matrix)会得到几乎相同的结果。在弱识别情况下,适当标准化二次变分法得分可以收敛到标准化的费雪信息(Fisher information),但尽管是大样本,标准化对数似然函数的负海塞矩阵仍然是不稳定的。为了捕捉这种效应,他们引入了一种度量两个信息估计量之间差异的方法,这种差异在强识别情况下会收敛到零,但在其他情况下没有这个特点,还会扰乱MLE估计结果的分布。当经典的渐近逼近不可靠时,两个信息统计量测度之间的差异会变得很大。但即使模型形式设定正确,任何通过评估信息退化的接近程度来检测弱识别的方法都不一定正确,根据信息估计量差异来认定模型存在设定偏误也是错误的。

在《弱识别动态随机一般均衡模型的极大似然推断》(Andrews & Mikusheva, 2015)一文中,安德鲁斯等研究了多维动态随机一般均衡模型中由估计和推断问题引起的最大似然估计弱识别问题,重点研究了如何构建检验统计量和置信集。方法是在全参数向量上设置一个简单的假设检验,使用对弱识别而言较为稳健的经典拉格朗日乘数的特殊形式进行检验。这种方法的优点是可以保持对弱识别的来源和

性质的不可知性,并且不需要依赖于任何特定的渐近假设。在对部分冗余参数不做约束情况下对其他部分参数进行Rao检验,渐近等同于强识别条件下的Neyman's C(α)检验。安德鲁斯等证明,当所有参数都是强识别时,检验是有效的,当冗余参数是强识别而被检验参数是弱识别时,检验统计量渐进服从卡方分布。相对于涉及全参数向量的简单假设,古典分位数统计量和拉格朗日乘数检验的两种形式对弱识别是稳健的。相对于其他文献侧重于全参数向量的检验,并广泛使用投影法构造结构参数子集的置信集,安德鲁斯等提出的LM检验的贡献在于:无论似然函数如何设定,都不影响其使用,特别是适用于目前经常使用的非线性DSGE模型,而且比现有的有限信息检验效果更好,也不需要设定简化形式参数的强识别等假设条件。

(三)冗余参数检验

在计量模型实证研究和应用中,需要判断给定的一组矩条件是否足以唯一地识别参数,以及在不同假设条件下进行统计推断。在《功能性冗余参数的条件推断》(Andrews & Mikusheva, 2016b)一文中,安德鲁斯等认为,很多计量经济学研究工作聚焦在模型的未知参数特别是有限维参数空间,而在矩条件模型中,数据的联合分布通常只是部分指定的,参数估计值以外的矩条件通常是未知的。鉴于这一事实,他们建议重新考虑这些半参数模型中的参数空间,并将均值函数视为一个未知参数(通常是无限维的),这样就可以避免对识别状态做限制性的假设,因为均值函数决定了结构参数的识别状态。在没有任何关于识别条件的假设下,矩条件模型的假设检验可以看作是对一个无限维参数进行检验的问题。对不同参数估计值计算样本矩函数,根据其给出的随机过程进行参数推断,就会有多种方法可以对均值函数在参数估计值处是否为0进行假设检验。现有文献提出的检验方法大多仅仅依赖于观察到的数据过程及其相关推导,包括Anderson-Rubin统计、K统计量以及这些统计量的组合或扩展,主要是由于这些检验统计量的分布函数与未知均值函数无关。但是,只利用局部过程的检验会忽略大量信息并损失检验效力。安德鲁斯等提出了在不需要对参

数点识别和模型强识别的假设条件下对冗余参数进行假设检验的一系列方法,这就是在高斯问题的未知均值函数中引入一个充分统计量并对其进行条件推断,从而能够得到更小的推断置信区间,但前提是模型被正确设定。

对冗余参数设置充分统计量是常用做法。方法之一是条件准似然比检验(QLR),利用观测到的随机过程全路径及不依赖于未知均值函数的分布,很好地突破了在以往文献中只能做随机过程中非标准识别推断的限制。QLR检验虽然不一定是最优的,但在很多特定情况下具有良好的性质,比如在良好识别(点识别和强识别)模型中,QLR检验是渐近有效的,避免了K检验和弱识别下相关检验的效力低下问题。此外,在具有单一内生变量和同方差的线性工具变量模型中,条件似然比(CLR)检验及类似的条件准似然比(QLR)检验在这一类重要检验中几乎是最为有效的。虽然对冗余参数的充分统计量进行调节已经广泛应用,但限制检验的类别可能会导致检验效力的损失。但安德鲁斯等的研究表明,这种做法在强识别模型中不会发生检验效力损失,因为条件QLR检验渐近等价于无条件QLR检验,是有效的。他们提出的条件检验方法可以应用在大量模型上,均具有渐近一致性,而且能把检验方法拓展到强识别的结构冗余参数。安德鲁斯等把检验方法应用于关于分位数工具变量模型中内生变量回归系数的推断,发现条件QLR检验比其他方法具有更为理想的特性。特别是与Anderson-Rubin型检验不同,条件QLR检验在强识别条件下有效,不同于基于K统计量的检验,它在弱识别条件下不受非单调效力的影响。在均值函数非线性情况下,条件QLR检验比现有的其他方法相比能增加检验有效性。此外,安德鲁斯等还研究了异方差线性工具变量模型中条件QLR检验的性能,发现其优于K检验和广义矩量(GMM-M)检验。

此外,在《线性条件矩不等式的推断》(Andrews, Roth & Pakes, 2019)一文中,安德鲁斯等还证明了线性条件结构极大地简化了置信集的构造,允许在具有冗余参数的环境中进行可计算处理的投影推断。他们引进了一种条件推断方法,可确保推断结果对

松弛矩条件的强化形式不敏感,即使在没有冗余参数的情形下,也是一种比较新的处理方法,并在仿真模拟实验中有良好的性能。

四、结构模型中弱工具变量的检验和修正

在两阶段工具变量模型中,研究人员通常看重第一阶段工具变量系数的符号,以至于认为可以合理地将该符号视为已知。虽然2SLS估计在恰好识别的情况下表现得更好,但在过度识别模型中的估计结果可能存在严重偏误。已经有很多研究提出了解决方法来减少这种估计偏误,但是在有限样本或弱工具变量情形下,所得到的可行估计都是有偏的。

在《第一阶段系数符号已知的无偏工具变量估计》(Andrews & Armstrong, 2017)一文中,安德鲁斯等研究发现,在满足误差正态分布和已知简约模型方差-协方差的线性工具变量模型中,第一阶段的工具变量系数符号约束足以使有限样本的无偏估计成为可能,可以构造有限样本中的内生变量回归系数的无偏估计值。假设 ξ_1 是使用工具变量Z对因变量Y做回归的系数, ξ_2 是使用工具变量Z对自变量X做回归的系数,在恰好识别状态下,参数估计 $\beta = E(\xi_1) / E(\xi_2)$,而传统的2SLS估计的系数是 ξ_1 / ξ_2 ,两个随机变量的期望值之比一般不等于它们比重的期望值。接着定义 $\hat{\tau}(\xi_2, \sigma_2^2) = \left(1 - \Phi\left(\frac{\xi_2}{\sigma_2}\right)\right) / \phi\left(\frac{\xi_2}{\sigma_2}\right) \sigma^2$,这里 Φ 和 ϕ 分别是概率分布函数和概率密度函数,计算 $\hat{\delta}(\xi, \Sigma) = \xi_1 - \sigma_{12} \xi_2 / \sigma_2^2$,推导出 $\beta = \hat{\tau}(\xi_2, \sigma_2^2) \hat{\delta}(\xi, \Sigma) + \sigma_{12} / \sigma_2^2$,就是自变量X对因变量Y回归系数的无偏估计。安德鲁斯等证明,在单个工具变量且恰好识别模型中,利用第一阶段工具变量参数估计的关键信息可以得到简约模型的唯一无偏估计。在强工具变量情况下,估计量等价于2SLS估计量,而且保证无偏性的同时并没有增加离散度,甚至比2SLS估计的离散度更小。这个研究结果除了适用于有限样本方差已知的简约模型,还在方差未知的弱工具变量渐近条件下也有类似结果。他们对于多个工具变量的情形也提出了相应的方法,具体就是根据不同工具变量得到的无偏估计进行线性加权,权重非随机但取决于第一阶段工具变量的系数。因此,当工具变量不同时,就会得到一组估计,当工具变量选择合理

时,这类估计是无偏且有效的。在过度识别模型中确实存在有偏估计,他们也提出了强工具变量的渐进有效的无偏估计,并且推导出了有限样本下无偏估计量的风险下界,并证明了在某些模型中该下界是成立的。

当工具变量与内生变量相关性较弱时,传统的两阶段回归等工具变量估计和推断方法变得不可靠,特别是t检验统计量大小不易判断,传统的工具变量置信区间覆盖真实参数值的概率可能远远低于预期,参数估计是严重有偏的。大量研究提出了检验弱工具变量、构建稳健置信集的方法。但是,这些文献中的许多结果仅限于随机扰动项独立分布和同方差的情况,这使得分析较为简便,而在实践中常常遇到异方差、序列相关性等违背这些假设的情况,导致检验方法失效。

在《工具变量回归中的弱工具变量:理论与实践》(Andrews, Stock & Sun, 2019)一文中,安德鲁斯等回顾了弱工具变量在线性回归模型中应用的文献,对2014-2018年间《美国经济评论》发表的17篇使用工具变量的论文进行研究,重点考察了异方差和序列相关等违背经典假设的情况,认为应用弱工具变量仍然是实证研究的重要方法,但是如何处理好弱工具变量产生的问题还有很大的提升空间。假设模型 $Y_i = X_i' \beta + W_i' \gamma + \varepsilon_i$,解释变量具有内生性,直接估计将是偏的。考虑第一阶段工具变量模型 $X_i = Z_i' \pi + W_i' \gamma + v_i$,合并得到 $Y_i = Z_i' \delta + W_i' \tau + \mu_i$,这里 $\delta = \pi \beta$,成为简约式模型。定义 $Q = (\sum Z_i Z_i') / n$,可以用两阶段最小二乘法得到估计参数为 $\hat{\beta} = (\hat{\pi}' \hat{Q}^{-1} \hat{\pi}' \hat{Q} \hat{\delta})$ 。因此,当选择的是弱工具变量时,其系数可能趋于0值,导致一系列的弱工具变量问题。对于如何检验是否是弱工具变量,传统方法就是对其系数 π 做显著性检验。但只做显著性检验是不够的,因为即使显著但系数接近于0的情况下,原模型参数也是不可信的。对于恰好识别模型,安德鲁斯等建议不管第一阶段工具变量的强弱还是F检验显著与否,研究人员都应该报告参数估计的稳健识别检验和置信区间,方法是构建AR统计量 $g(\beta)' \Omega(\beta)^{-1} g(\beta)$,其服从卡方分布,这里 $g(\beta) = \hat{\delta} - \hat{\pi} \beta$ 。对于过度识别模型,安德鲁斯等则提出了新的检验方法:设置另外一个与之对

应的函数 $D(\beta) = \hat{\pi}' - (\sum \pi_0 - \sum \pi \beta) \Omega(\beta)^{-1} g(\beta)$,在同方差情况下,可以构建极大似然函数进行检验;但在异方差情况下,运用最优加权平均幂方法,即用各系数的加权联合概率分布函数求极值的方法得到最优参数估计,再与临界值进行比较。

对于不变效应线性工具变量模型,人们提出了多种估计方法。当模型被正确设定且工具变量符合相关要求时,所有估计值都收敛到真实参数值;但是,当模型错误设定时,普通工具变量估计通常收敛到不同的概率极限。在《论工具变量估计的结构》(Andrews, 2019)一文中,安德鲁斯认为,当不变效应工具变量线性模型的过度识别限制失效时,常规的工具变量估计量会收敛到不同的概率极限。他建议将两阶段最小二乘法(2SLS)、两步矩估计(2SGMM)和有限信息极大似然法(LIML)的概率极值刻画为单个工具变量估计量的函数,其中这些估计量由恰好识别的工具变量回归模型得到。安德鲁斯证明,当2SLS估计从LIML估计的上方逼近OLS估计时会发散到正无穷大,而从下方逼近时会发散到负无穷大,当二者一致时,简约模型的拟合优度会等于第一阶段的拟合优度,总体极限目标函数不依赖于结构参数值。

五、最优决策规则的改进

除此之外,安德鲁斯还与合作者研究了最优决策问题。在《科学传播模型》(Andrews & Shapiro, 2021)一文中,安德鲁斯等首先定义了传播模型,其中研究者根据数据发布报告,决策者根据报告以及先验信息做出不同的最优决策,导致的预期损失被称为传播风险。然后定义了决策模型,此时研究者选择一个直接决定所有决策者损失的决策,对特定决策者而言,决策风险是决策之前的预期损失。他们发现,当决策者同质时,决策风险和传播风险之间的区别无关紧要,研究者可以简单地报告给定数据的最佳决策;当决策者异质时,如果规则是最小化决策者的最大风险,那么两个模型还是有更多的一致性,但如果规则是最小化加权平均风险,两个模型的效果就有明显差别。

在《具有异质性的最优社会保险》(Andrews & Miller, 2013)一文中,安德鲁斯等在传统最优社会保

险模型(Baily-Chetty公式)的基础上放宽了个体风险偏好同质的假设,分析了异质性对最优社会保险的影响。他们研究发现,社会保险的价值取决于失业人口中风险暴露和风险承受能力的一致性程度,风险厌恶的异质性通过风险厌恶和消费下降的交互作用影响社会福利,而且这种交互效应可能很明显。如果消费下降额的分布已知,厌恶风险的工人面临的消费下降交互性越低,社会保险的价值越低。但在风险偏好、事前风险和消费能力的联合分布未知情况下,交互作用效应的符号和大小不确定,还需深入研究。

在《业务分配:供应商的动态关系合同》(Andrews & Barron, 2016)一文中,安德鲁斯等认为大多数企业用关系合同来激励和约束供应商,但是对供应商的惩罚措施会破坏协作关系并损害自身利益,因而往往难以真正执行,导致对供应商的激励和约束机制无效。在其分析框架中,企业财力雄厚,能够用巨额奖金或者罚金来对供应商进行激励或者约束。众多供应商的生产效率经常变化,它们是否努力完成任务的二元选择决定了盈利概率,收益的上限取决于生产商的任务完成奖金,但生产能力很高的供应商则受制于业务委托量,收益上限受到限制。安德鲁斯等构造了一个动态分配规则——供应商分配偏好(FSA)来解决委托—代理中的约束无效问题。这一规则在每个时期将业务分配给最具生产效率的供应商,既取决于供应商的当前生产能力,也取决于其过去的生产能力。在可行供应商生产率集合不太分散的情况下,这种分配规则都能确保企业收益最大化。这不但能够给众多供应商更好的激励,而且能够容忍供应商一时的失误,待其改进效率之后仍然可以获得代理机会。与其他只依赖于供应商当前生产率的分配规则相比,FSA效果更好、应用范围更广。

六、简评

近年来,计量经济学在理论和实证应用方面发展迅速,在模型设定、估计方法、假设检验和推断应用等方面都有很大的创新发展。特别是在非线性模型、结构模型和一般均衡模型中,一些有关识别条件、参数稳健性和弱工具变量方面的估计方法突飞

猛进。年轻的安德鲁斯是一个高产且卓有成就的经济学家,专注于理论计量经济学研究,聚焦于结构模型设定、参数估计和推断检验等基础性问题:创新了模型参数稳健性检验方法,提出了测度参数估计敏感度和信息度的新方法,对增加模型透明度也提出了新方法;提出了如何识别和纠正发表偏倚、“赢家诅咒”现象,让编辑和审稿人可以更科学地选择发表结果,读者也能够更好地判断实证结果的可信度;对弱识别情况下的参数估计检验和推断方法进行了比较分析,并提出非线性模型、一般均衡模型等复杂模型的方法改进;提出了结构模型中弱工具变量的检验和修正方法;改进了一些最优决策规则。总之,安德鲁斯专注于理论计量经济学基础理论研究,不仅聚焦理论前沿,而且实证工作充分细致,提出的方法有效可行。他在提出创新方法的同时,不仅给出了模拟分析,而且基于现有文献做了大量归纳分析,结论具有很高的可信度。同时,在如何提升研究结果的可信度方面,他为研究人员、期刊和作者都提供了很有价值的建议。安德鲁斯的研究方向、研究成果和研究范式都值得我们学习,从而提升计量经济学的研究和应用水平。

感谢匿名审稿专家的修改建议,文责自负。

参考文献:

- [1]Andrews, I.(2012), "A mean likelihood ratio specification test", <https://scholar.harvard.edu/iandrews/publications/mean-likelihood-ratio-specification-test>.
- [2]Andrews, I.(2016), "Conditional linear combination tests for weakly identified models", *Econometrica* 84(6): 2155-2182.
- [3]Andrews, I.(2018), "Valid two-step identification-robust confidence sets for GMM", *Review of Economics and Statistics* 100(2): 337-348.
- [4]Andrews, I.(2019), "On the structure of IV estimands", *Journal of Econometrics* 211(1): 294-307.
- [5]Andrews, I. & T. B. Armstrong(2017), "Unbiased instrumental variables estimation under known first-stage sign", *Quantitative Economics* 8(2): 479-503.
- [6]Andrews, I. & D. Barron(2016), "The allocation of future business: Dynamic relational contracts with multiple agents",

American Economic Review 106(9): 2742–2759.

[7]Andrews, I. & M. Kasy(2019), "Identification of and correction for publication bias", American Economic Review 109(8): 2766–2794.

[8]Andrews, I. & A. Mikusheva(2014), "Weak identification in maximum likelihood: A question of information", American Economic Review 104(5): 195–199.

[9]Andrews, I. & A. Mikusheva(2015), "Maximum likelihood inference in weakly identified dynamic stochastic general equilibrium models", Quantitative Economics 6(1): 123–152.

[10]Andrews, I. & A. Mikusheva(2016a), "A geometric approach to nonlinear econometric models", Econometrica 84(3): 1249–1264.

[11]Andrews, I. & A. Mikusheva(2016b), "Conditional inference with a functional nuisance parameter", Econometrica 84(4) : 1571–1612.

[12]Andrews, I. & A. Mikusheva(2021), "Optimal decision rules for weak GMM", Econometrica, forthcoming.

[13]Andrews, I. & C. Miller(2013), "Optimal social insurance with heterogeneity", https://scholar.harvard.edu/files/andrews/files/social_insurance.pdf.

[14]Andrews, I. & J. M. Shapiro(2021), "A model of scientific communication", Econometrica, forthcoming.

[15]Andrews, I., M. Gentzkow & J. M. Shapiro(2017), "Measuring the sensitivity of parameter estimates to estimation moments", Quarterly Journal of Economics 132(4):1553–1592.

[16]Andrews, I., M. Gentzkow & J. M. Shapiro(2020a), "Transparency in structural research", Journal of Business & Economic Statistics 38(4): 711–722.

[17]Andrews, I., M. Gentzkow & J. M. Shapiro(2020b), "On the informativeness of descriptive statistics for structural estimates", Econometrica 88(6):2231–2258.

[18]Andrews, I., T. Kitagawa & A. McCloskey(2021a), "Infer-

ence on winners", NBER Working Paper, No. 25456.

[19]Andrews, I., T. Kitagawa & A. McCloskey(2021b), "Inference after estimation of breaks", Journal of Econometrics 224(1): 39–59.

[20]Andrews, I. & E. Oster(2019), "A simple approximation for evaluating external validity bias", Economics Letters 178: 58–62.

[21]Andrews, I., J. Roth & A. Pakes(2019), "Inference for linear conditional moment inequalities", https://scholar.harvard.edu/files/iandrews/files/conditional_linear_moments-_main.pdf.

[22]Andrews, I., J. Stock & L. Sun(2019), "Weak instruments in IV regression: Theory and practice", Annual Review of Economics 11: 727–753.

[23]Chernozhukov, V. & C. Hansen(2008), "Instrumental variable quantile regression: A robust inference approach," Journal of Econometrics 142(1): 379–398.

[24]Chetty, R. & N. Hendren(2016a), "The impacts of neighborhoods on intergenerational mobility I : Childhood exposure effects", Quarterly Journal of Economics 133(3): 1107–1162.

[25]Chetty, R. & N. Hendren(2016b), "The impacts of neighborhoods on intergenerational mobility II : County– level estimates", Quarterly Journal of Economics 133(3): 1163–1228.

[26]Chetty, R. et al(2018), "The opportunity atlas: Mapping the childhood roots of social mobility", NBER Working Paper, No. 25174.

[27]DellaVigna, S. et al(2012), "Testing for altruism and social pressure in charitable giving", Quarterly Journal of Economics 127(1): 1–56.

[28]Gentzkow, M.(2007), "Valuing new goods in a model with complementarity: Online newspapers", American Economic Review 97(3): 713–744.

[29]Gourinchas, P.–O. & J. A. Parker(2002). "Consumption over the life cycle", Econometrica 70(1): 47–89.