

【命题研究】

浅谈数学情境型试题的命制

——以2019年苏州市学业质量监测中的两道小学数学试题为例

沈 健

【摘要】基于对数学情境的认识,还原2019年苏州市学业质量监测中两道小学数学试题(油价上调问题和选购比萨问题)从取材到初稿,再到试测与修改,最后定稿的命制过程,说明数学情境型试题(将数学问题置入某种现实情境中的试题)的命制原则:突出现实性和针对性;体现过程性和导向性;重视开放性和差异性。

【关键词】数学情境;试题命制;学业质量监测

通过学业质量监测了解学生学业水平和综合素养的发展是国际通行的做法,很多国家和地区都将其作为评价教育质量和促进教育质量提升的重要手段。2019年苏州市学业质量监测学科工具命制小组提出了“基于课标,关注素养,对接国际,着眼未来”的命题理念,要求兼顾对学生知识、能力和素养的测试。这就对各个学科的试题命制提出了加强情境设计,注重联系生活实际,考查学生运用所学知识分析问题、解决问题能力的更高要求。

数学情境型试题是指将数学问题置入某种现实情境中的试题。本文尝试基于对数学情境的认识,还原2019年苏州市学业质量监测中两道小学数学试题的命制过程,说明数学情境型试题的命制策略。

一、对数学情境的认识

《义务教育数学课程标准(2011年版)》(以下简称《课标》)对数学情境有较充分的阐述,数次提到了“情境”一词。例如,在“教材编写建议”中指出:“素材的选用应当充分考虑学生的认知水平和活动经验。这些素材应当在反映数学本质的前提下尽可能地贴近学生的现实,以利于他们经历从现实情境中抽象出数学知识与方法的过程。”在“评价建议”中指出:“对基础知识和基础技能的考查,要注重考查学生对其中所蕴涵的数学本质的理解,考查学生能否在具体情境中合理应用。”

PISA(Programme for International Student Assessment)是一个具有广泛影响的国际学生评估项目。PISA数学学科的设计理念是:一个人的数学素养不仅仅是指学会(理解和掌握)一定的数学知识和技能,更重要的是,能够在未来的社会中、在各种不同

的领域和情境中,提出问题、分析问题和解决问题。因此,PISA的数学题目都具有现实背景。

PISA将数学情境分成个人情境、教育与职业情境、公共情境、科学情境四大类。个人情境与学生个人的日常活动直接相关;教育与职业情境取材于学生的学校生活或工作环境;公共情境要求学生观察更为广泛的周边环境的某些方面;科学情境更加抽象,可能会涉及一个技术过程、理论情境或明确的数学问题。

二、两道数学情境型试题的命制过程

(一)取材

数学情境型试题可以取材于学习生活或社会生活的焦点或热点问题,从而在情境中既考查学生通过阅读梳理条件和问题的能力,又考查学生选择并提取数学信息的能力,还可以考查学生是否养成认真读题审题、细心检查反思的良好习惯。

我们分别从一条新华网的消息和一个网络段子中摘选了两个素材。

素材1 记者从国家发改委获悉,12月29日0点,国家上调汽油、柴油限价,汽油每吨上调70元,柴油每吨上调70元。本次调价是年内第十一次上调。本次调价过后,2017年成品油调价将呈现“十一涨六跌八搁浅”的格局。北京市92号汽油价格调至6.84元/升,按一般家用汽车油箱50L容量估测,加满一箱92号汽油多花约2.5元。下一次调价窗口将在2018年1月13日0时开启。

2017年油价的第十一次上调虽然不属于和学生生活有密切联系的“个人情境”,但是是学生耳闻目睹的社会热点问题,属于“公共情境”。

素材2 今天上午改试卷迟了,食堂没有吃的了,几个老师就去沃尔玛吃比萨.点了一份9寸(直径)的,结果服务员端来两份5寸(直径)的.他们说:“我们点的是9寸的啊!”服务员客气地说:“9寸的没有了,所以给你们上了两份5寸的,不仅价格是9寸的一半,还多送了你们1寸.”于是,我们拉住服务员,好好地给她普及了一下圆的面积的知识:“圆的面积公式是 $S = \pi r^2$.算了一下,9寸的面积约为63.585平方寸,5寸的面积约为19.625平方寸,所以,两个5寸的面积加起来是39.25平方寸.老实说,给我们三份5寸的,我们还亏着呢!”服务员惊呆了,无语了,最后上了四份5寸的,相当于免费多送了一份.我们都吃得走不动路了.知识就是力量啊!

这一材料的背景,大部分学生都比较熟悉,属于“个人情境”.由一个场景引出数学知识的应用,通过面积计算实现“剧情反转”,能够体现《课标》中“从现实生活或具体情境中抽象出数学问题,用数学符号建立方程、不等式、函数等表示数学问题中的数量关系和变化规律,求出结果并讨论结果的意义”的要求.

(二)初稿
根据命题的要求和遴选的素材,我们命制了两道试题.

试题1 2017年12月29日,汽油价格出现年内第十一次上调.北京市92号汽油价格调至6.84元/升,按一般家用汽车油箱50 L容量估测,加满一箱92号汽油多花约2.5元,则油价上调前为_____元/升.

结合监测框架,确定本题的各项指标(见表1).

表1

题型	填空题	分值	3
一级内容维度	数与代数	二级内容维度	数的运算、式与方程
能力水平	理解	数学素养	抽象出数和数量关系
解析	对简单情境中的变化规律进行描述或解释		

本题重点考查学生解决生活中简单的实际问题的能力,要求学生在读懂题意的基础上,抽象出数量关系,即“上调前每升油的价格+每升油上调的价格=现在每升油的价格”和“每升油上调的价格=多花的钱÷加油的量”.求的是上调前的油价,可以用算术和方程两种方法解决.

试题2 一般来说,必胜客普通装比萨是9寸

(直径)的,大盒装是12寸的,小盒装是6寸的,可以满足不同的需求.小章和小陶去吃比萨,点了一份12寸的.服务员客气地说:“很抱歉,12寸的卖完了.”同时,端来了一份9寸的和一份6寸的来抵换.小章说可以,“ $9+6=15$ (寸),还大了3寸”.小陶说不行,一定要服务员拿一份9寸的加两份6寸的.你同意谁的观点?用计算来支持你的看法.

评分标准如下:
12寸面积=36 π 或113.04, 得2分
9寸面积=20.25 π 或63.585, 得2分
6寸面积=9 π 或28.26, 得2分
9寸面积+6寸面积=29.25 $\pi < 36\pi$, 得2分
9寸面积+6寸面积 $\times 2 = 38.25\pi > 36\pi$. 得2分
结合监测框架,确定本题的各项指标(见表2).

表2

题型	解答题	分值	10
一级内容维度	图形与几何	二级内容维度	测量
能力水平	理解	数学素养	分析问题,建立模型
解析	综合运用平面图形的面积公式解决稍复杂的实际问题		

本题重点考查学生解决生活中稍复杂的实际问题的能力,要求学生从换比萨情境中抽象出圆的面积问题,即“一个直径为9的圆和一个直径为6的圆”与“一个直径为9的圆和两个直径为6的圆”,哪一种组合的面积之和更加接近一个直径为12的圆的面积——比萨的大小本质上是圆柱的体积,但是由于比萨的厚度大致相同,所以可以转化成圆的面积来比较.

(三)试测及修改

根据第一轮试测(选取约300名外地学生进行的小规模测试)的数据分析,对两道试题做进一步修改.

试题1在第一轮试测中得分率为44.9%,表明不少学生无法对这道题正确作答,但是其具体原因可能是多样的.根据本题的特点,决定将其改为选择题:相对于填空题而言,选择题通过设置不同的选项,不仅可以测量学生掌握所学知识的程度,而且可以测量学生对所学知识理解、分析、判断、应用和综合的能力;通过对错误选项的分析,更便于发现、剖析学生在学习中存在的问题,以更好地指导教学.修改后的试题1如下:

2017年12月29日,汽油价格年内第十一次上调.北京市92号汽油价格调至6.84元/升,按一般家用汽车油箱50升容量估测,加满一箱92号汽油比上调前多花约2.5元,则油价上调前为()

- A. 6.89元/升 B. 6.79元/升
C. 7.34元/升 D. 6.34元/升

其中,B为正确选项;错选选项A表明学生可能审题不清,如理解题中“上调”“调至”“上调前”等关键词的意义出现失误,导致数量关系分析错误;错选选项C表明学生运算出错;错选选项D表明学生不但运算出错,而且数量关系分析错误.

试题2在第一轮试测中得分率为46.0%,有37.19%的学生得满分,而有47.93%的学生得0分.观察难度曲线(如图1),可以看到本题区分度良好,但是能力值较低的学生得分率基本都为0.

《课标》指出:“恰当评价学生在解决问题过程中所表现出的不同水平.”所以针对以上情况,对试题2在两方面进行修改:(1)修改题干的描述,加上直观的图示,使题目更具有生活气息,从而降低阅读难度;(2)修改评分标准,使之能将能够判断结论但在说明中存在困难的学生区分出来.修改后的试题2如下:

某快餐店一般有直径为6寸、9寸、12寸几款厚度大致相同的普通比萨供顾客选择.小章和小陶去吃比萨,点了一份12寸的.服务员客气地说:“很抱歉,12寸的卖完了.”同时,端来了一份9寸的和一份6寸的来抵换.

小章说:“可以, $9+6=15$ (寸),还大了3寸.”小陶说:“不行,拿一份9寸的加两份6寸的,那才差不多.”你同意谁的观点?用计算来支持你的看法.

评分标准如下:

答:同意小陶的观点.

得1分

12寸面积 $=36\pi$ 或113.04,

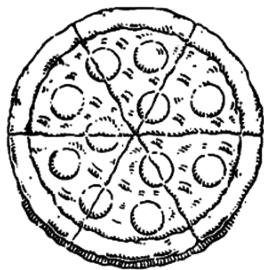
9寸面积 $=20.25\pi$ 或63.585,

6寸面积 $=9\pi$ 或28.26,

得3分

9寸面积+6寸面积 $=29.25\pi < 36\pi$,

9寸面积+6寸面积 $\times 2=38.25\pi > 36\pi$.得4分



(四)定稿

经过试测和修改,试题1基本达到设计目标,可以定稿.

定稿后的试题1在正式测试中的选项分析曲线如下页图2所示,表明各个选项都有一定比例的学生选择,并且选择情况与学生的数学水平基本一致.

试题2虽然也满足了命题要求和框架,但是在查看学生的作答时发现了一个问题:部分学生不同意小陶的观点,理由是3个比萨的面积之和超出了1个12寸比萨的面积,要求店家亏本补贴显然是不合理的;部分学生同意小陶的观点,理由是相对而言,3个比萨的面积之和更接近1个12寸比萨的面积.分析这两种相互矛盾但都有道理的观点的成因,是对题目中“差不多”三个字理解的歧义.由此造成的解答的多样化并不体现数学核心素养,也给阅卷带来了很大的困扰.此外,可将之前的比萨平面图改为立体图,使之更加生动形象.因此,对本题做进一步修改:

某快餐店一般有直径为6寸、8寸、12寸几款厚度大致相同的普通比萨供顾客选择.小章和小陶去吃比萨,点了一份12寸的.服务员客气地说:“很抱歉,12寸的卖完了.”同时,端来了一份8寸的和一份

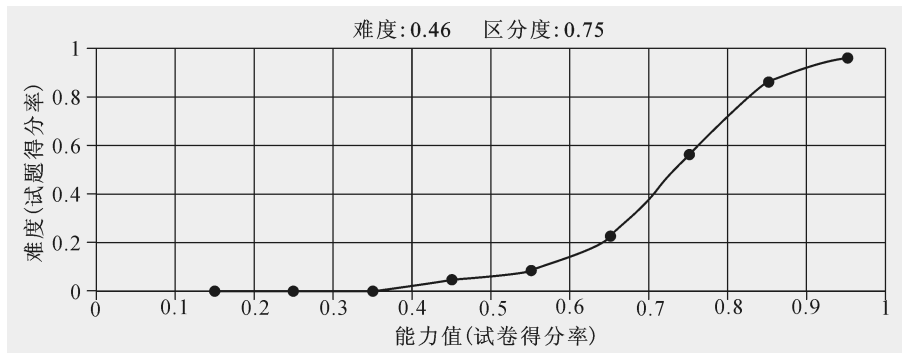


图1

6 寸的来抵换。

小章说:“可以, $8+6=14$ (寸),还大了2寸。”小陶说:“不行,拿一份8寸的加两份6寸的,那才差得不多。”你同意谁的观点?用计算来支持你的看法。



评分标准如下:

答:同意小陶的观点。 得1分

12 寸面积 $= 36\pi$ 或 113.04,

8 寸面积 $= 16\pi$ 或 50.24,

6 寸面积 $= 9\pi$ 或 28.26, 得3分

8 寸面积 $+ 6$ 寸面积 $= 25\pi < 36\pi$,

8 寸面积 $+ 6$ 寸面积 $\times 2 = 34\pi$, 更接近 36π .

得4分

将原来的“9 寸”改为“8 寸”,使得小陶的方案为 34π ,更接近 36π ;同时,将原来的“差不多”改为“差得不多”,避免了文字理解的歧义,不会引起考生不必要的猜测和误解。

定稿后的试题2在正式测试中的难度曲线如图3所示,区分度优异,使得各个层次的学生能力均有体现。

三、数学情境型试题命制的基本原则

(一) 突出现实性和针对性

数学知识来源于现实生活,又服务于现实生活。上述两道试题均选择了现实生活中的真实素材——油价上涨是学生经常听说的生活情境,有利于调动学生的生活经验,并与其数学知识建立联系;选购披萨是学生日常经历的生活情境,有利于激发学生的探究兴趣,体现学生对具体情境中数学本质的理解和数学知识的运用。在试题信息的选择上,两道试题呈现的都是生活中的真实数据,有据可查。考虑到小学生的年龄特点和认知水平,试题2呈现对话情境,配以具有生活气息的图片,显得简洁、清晰,便于学生阅读,具有较强的针对性。

(二) 体现过程性和导向性

《课标》指出:“在书面测验中,积极探索可以考查学习过程的试题,了解学生的学习过程。”“评价既要关注学生学习的结果,也要重视学习的过程。”命制数学情境型试题,应该重视过程性和导向性,体现

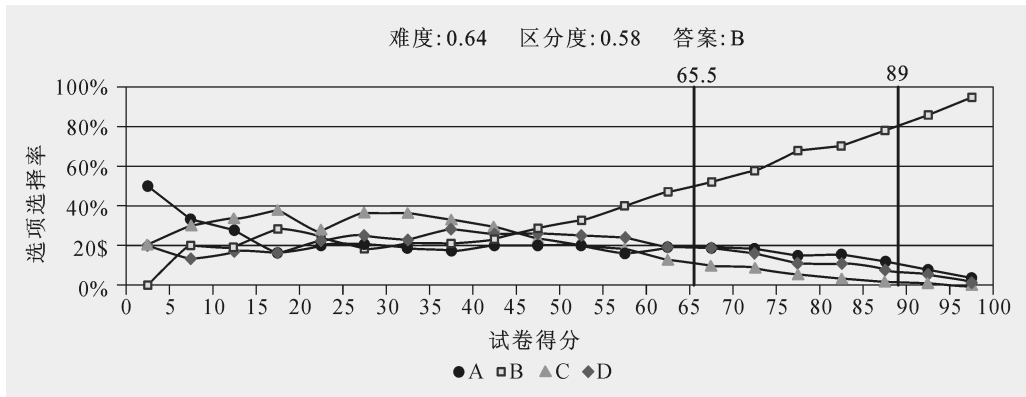


图2

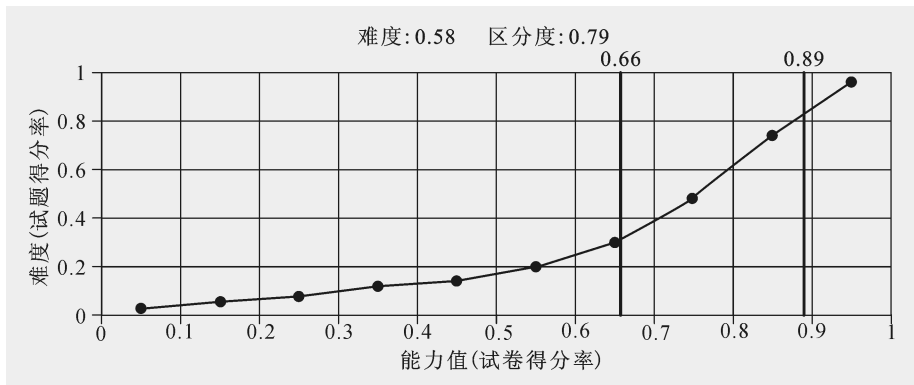


图3

对学生思维过程的考查,方便教师对学生的学习水平做出判断,从而肯定成绩、找出问题,进而引导和改进教学。

例如,上述试题1的不同选项,便考查了学生的不同思维过程。针对学生的不同错误,教师可在相关内容的教学中,贯穿“理解题意—分析数量关系—列式解答和检验—回顾反思”的策略;关注学生审题能力的提升,如理解题中“上调”“调至”“上调前”等关键词的意义;突出对基本数量关系的分析,即结合题中关键词的意义,找到正确的数量关系。

(三)重视开放性和差异性

数学情境型试题在解题策略和方法上常常能更多地体现开放性:学生通过独立思考,可以得到不同的解题策略和方法。命制数学情境型试题,应该满足评价不同思维层次学生的需求,允许不同的学生展现不同的推理、运算等思维过程,让不同的人的在数学考试中展现不同的发展,而不是用程式化的套路题

(上接第33页)



图1 情况1解题示意图

情况2:小明家、小红家、学校不在有同一条直线上。

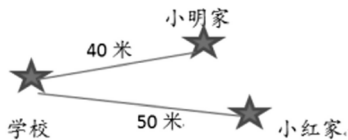


图2 情况2解题示意图

学生对以上例题分两种情况进行分析,得出的结论不尽相同。这种一题多解的形式更有利于学生在探究过程中形成严密的逻辑思维,培养学生的分析与判断能力。同时,通过探究发现数学中的趣味性,有利于激发学生学习数学的热情。

六、形式开放,操作实践

长期以来,传统的作业形式大都是让学生写、抄、算、背,由教师从课本、参考书、练习册或其他资料中找习题让学生练习。这种单调、枯燥的作业形式并不利于学生的全面发展,降低了学生学习的热情,固定了学生的思维模式。在开放性作业的设计与实践采用多种形式让学生成为探索的主体,在作业环节给他们体验成功、增强自信的机会,同时培养学生的动手能力^[4]。

给学生戴上“金箍”。

例如,上述试题2需要学生灵活运用圆柱和圆的相关知识以及转化的策略,选择合适的解题方法;还需要学生选择合理的计算方法,用数据来有理有据地表达观点,比如用圆周率的近似数3.14进行计算,或者用 π 来代替,以避免复杂的运算。这些能体现学生在数学素养上的差异。

参考文献:

[1]陆璟. PISA 测评的理论和实践[M]. 上海:华东师范大学出版社,2013.

【作者简介】沈健,江苏省苏州中学园区校(215000)。

【原文出处】《教育研究与评论》:小学教育教学版(南京),2019.10.91~96

【题例8】条形统计图

请同学们统计自己家厨房中碗、锅、筷子、勺子的数量并绘制条形统计图。

上例让学生在生活中自己发现数据并统计,增强学生联系生活进行探究的能力,通过自己的实践、操作与切身感受,加强对知识的认知。实践性与操作性的问题一般适合于比较抽象的课程内容,学生需要直接经验帮助学习,进而过渡到间接经验与抽象理解。

参考文献:

[1]中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2011年版)[S]. 北京:北京师范大学出版社,2012.

[2]胡小莲. 设计开放性数学题目的六种方式[J]. 小学教学研究(理论版),2013(3).

[3]龚祖华,杨正东. 设计开放性题目的四种方式[J]. 小学教学参考,2001(2).

[4]谢兆水,苏纯仁. 小学数学开放性作业的设计与实践[J]. 当代教育科学,2007(1).

【作者简介】贾轩、曾小平,首都师范大学初等教育学院。

【原文出处】《教学与管理》:小学版(太原),2019.8.52~54