

【评价研究】

美国国家教育进展评估数学测试框架的特点及启示

吕艳波 赵宁宁

【摘要】美国国家教育进展评估以国家报告卡的形式报告美国公立和私立学校学生在各学科所知道和能够做的事情,是最具全国代表性和持续性的评估。NAEP测试的试题具有以下特点:NAEP测试建立了试题复杂度等级体系、NAEP测试关注学生对问题的解决过程、NAEP测试关注学生实际生活。对我国数学教育测评具有重要的启示:梳理小学数学能力体系,建立小学数学测评思维复杂度分级体系;在测试中加大建构式问答题的比例,加强对学生数学思维过程的评价;注重测试试题与学生生活的联系,建构数学与实际生活关联。

【关键词】试题;美国;评估;NAEP测试

一、NAEP数学测试的背景介绍

美国国家教育进展评估(The National Assessment of Educational Progress, NAEP)是唯一考查美国学生各学科知识和能力状况的评估项目,由美国教育部国家教育统计中心(NCES)和教育科学研究所(IES)管理。NAEP针对的是全美范围内具有代表性的学生样本。报告的结果针对的是具有相似特征的学生群体(如性别、种族和民族、学校所在地),而不是单个学生。NAEP以国家报告卡的形式报告美国公立和私立学校学生在各学科所知道和能够做的事情,是最具全国代表性和持续性的评估^[1]。

NAEP包括四年级、八年级和十二年级的一系列科目,包括公民学、经济学、地理学、数学、音乐和视觉艺术、阅读、科学、技术和工程、识字、美国历史和写作^[2]。多年来,NAEP成为在全美以及全世界颇具影响力的大型测评项目,对我国数学教育测评具有重要的启示。

二、NAEP数学测试框架

2019年NAEP数学测试框架延续以往,包括内容领域和数学复杂度两个维度。

(一)内容领域

2019年NAEP四年级数学测评内容领域包括:数的性质和运算,测量,几何,数据分析、统计和概率,代数。它们在整个测试中所占的比例依次为

40%、20%、15%、10%、15%^[3]。

(二)数学复杂度

NAEP还以数学复杂度把所有题目分成低、中、高三个层次。

1. 低复杂度。此类题目主要考查学生对学过的概念和原理的识记。学生只需进行(简单的)数学运算或机械地运用概念和原理即可解决问题。

2. 中复杂度。此类题目比低复杂度的题目需要更多、更深入的思考,通常没有固定的作答方式,并且计算步骤不止一步。学生首先需要确定解题的方向,在题目所涉及的概念和原理的基础上,运用推理策略来解决问题^[4]。

3. 高复杂度。此类题目对学生提出了更高的要求,要求学生能够以抽象的和复杂的方式进行数学思考,发挥抽象思维能力(如推理、分析和判断等)和创造性思维能力来解决问题^[4]。

三、NAEP测试的试题特点分析及启示

NAEP每年都会公布一些试题,通过分析已经公布的四年级试题,可以了解NAEP对四年级学生的数学知识和技能以及运用数学知识解决问题的能力。分析发现,NAEP四年级的试题有以下特点。

(一)NAEP测试建立了试题复杂度等级体系

NAEP基于试题的复杂程度把所有题目分成三个层面,并且规定了在测试中三个复杂程度的试题

各自所占的比重. 一般情况下, 低、中、高复杂度试题占比为 1 : 2 : 1.

样题 1: 一块长方形的金属板被折叠起来, 如图 1 所示. 图中的“?”表示多长?

- A. 3 英尺 B. 6 英尺
C. 8 英尺 D. 11 英尺

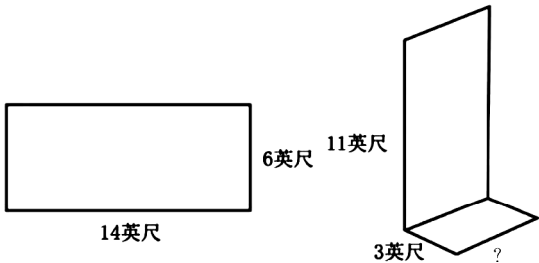


图 1

样题 1 是一道低复杂度的试题, 考查的是几何中形状的变化. 这道试题是可视化的, 题目要求学生直接识别图中形状的变化. 虽然题中涉及 $11 + 3$ 的加的运算, 但是四年级的学生应该很熟悉这个加法的运算, 所以简单的加法运算不会增加这道题的复杂度. 这道题的答案是 B, 有 54% 的四年级学生答案完全正确.

样题 2: 请从你的口袋中拿出 10 个数字卡片和纸条放在桌子上. 珍妮在计算器上输入了 4 个小于 10 的数, 但她忘记了第二个和第四个数是什么, 下面是凭记忆写下的: $8 + \square - 7 + \square = 10$.

(1) 请列出可能是第二个和第四个数的一对数 (你可以使用数字卡片来帮助).

(2) 列举出可能是第二个或第四个数的另一对数.

样题 2 是一道中复杂度的试题, 考查的是代数中的方程和不等式. 学生做这道题时必须思考做什么以及怎么做, 这就需要学生思考方式上要有灵活性. 对这道题, 不仅要找到一种简单的方法来确定两个缺少的数, 还必须找到和 (1) 完全不同的解决方案. 这道题有 10 个不同的答案, 有 34% 的四年级学生答案完全正确, 有 22% 的学生答案部分正确.

样题 3: 吉姆制作了一幅统计图 (如图 2). 下面哪一项有可能是这幅统计图的标题?

- A. 从星期一到星期五步行上学的学生人数
B. 5 个州的狗的数量
C. 3 个学生收集的瓶子的数量
D. 10 个社团的学生人数

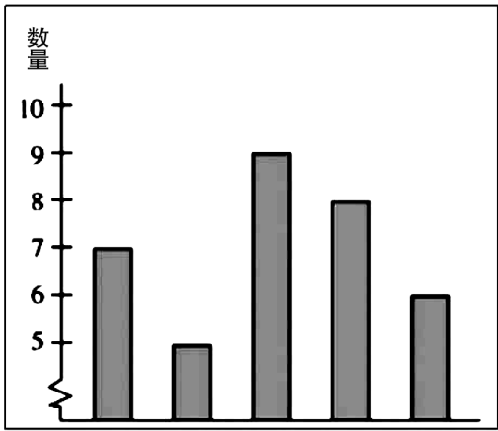


图 2

样题 3 也是一道中复杂度的试题, 考查的是数据分析、统计和概率中的数据表示. 学生在做这道题时不仅需要分析统计图和题目的 4 个选项, 还要了解选项中涉及的概念与统计图结构的关系, 才能选出合适的答案. 这道题的答案是 A, 有 52% 的四年级学生答案完全正确.

样题 4: 表 1 说明了蟋蟀鸣叫的次数与室外温度相关. 例如, 当室外温度为 76°F 时, 一只蟋蟀每分钟鸣叫 144 次.

表 1

蟋蟀每分钟鸣叫的次数	温度/ $^{\circ}\text{F}$
144	76
152	78
160	80
168	82
176	84

如果这种关系不变, 那么当室外温度为 90°F 时, 蟋蟀每分钟会鸣叫多少次? 并解释你是如何得出答案的.

样题 4 是一道高复杂度的试题, 考查的是代数中的模式、关系和函数的规则. 学生要想完全答对, 必须根据已有数据计算出气温上升和蟋蟀鸣叫次数之间的关系——气温每上升 2°F , 蟋蟀鸣叫的次数就增加 8 次. 解答这个题目需要四年级的学生有创造性的思维, 并找到解决的策略. 此外, 这个题目不仅要计算出结果, 还需要学生把解题思路完整地写下来. 有 3% 的学生能扩展性回答, 拿到了这道题的最高分; 6% 的学生答案令人满意; 13% 的学生得到部分分数; 27% 的学生拿到了最低分.

(二) NAEP 测试关注学生对问题的解决过程

NAEP 测试非常重视学生在问题解决过程中的思维过程。NAEP 有 3 种题目类型,分别是选择题、简单建构式问答题和扩展建构式问答题,其中简单建构式问答题和扩展建构式问答题的测试时间占到了总测试时间的 50%。显然,NAEP 认为通过建构式问答题可以提供更加可靠和有效的机会来推断学生的学习效果^[5]。

简单建构式问答题要求学生给出一个数字结果或者正确答案,为一组数学对象命名或者分类,举例说明一个给定的概念或者为一个给定的结果写一个简短的解释说明。根据学生的作答情况,这类问题的判断一般分为正确、部分正确和不正确。相对于样题 5,样题 4 就是一道扩展建构式问答题。

样题 5:校园里只有如图 3 所示的自行车和小货车。



图 3

星期二,校园里的车轮总数是 24。校园里可能有多少辆自行车和多少辆小货车?写出两组不同的答案。

(三) NAEP 测试关注学生实际生活

从前面所举的样题 1~5 可以看出,试题的开发者尽量做到让试题情境符合四年级学生的日常生活经验。与传统的试题相比,NAEP 数学问题的内容很有实际意义。学生解决这些情境性问题的过程,可以反映出他们运用所学知识解决问题的能力^[6]。NAEP 在框架中也提到数学分为纯数学和应用数学,因此他们在考查时也努力寻求纯数学和应用数学之间的平衡。有部分题目是考查纯数学知识,如竖式计算题,而更多的题目是实际情境性问题,如样题 6。

样题 6:音乐教室里有 30 人。小餐厅里有 74 人。小餐厅里比音乐教室里多多少人?

A. 40 B. 44 C. 54 D. 104

四、思考与启示

(一) 梳理小学数学能力体系,建立小学数学测评思维复杂度分级体系

NAEP 根据学生在思考数学问题时思维的复杂

程度把数学试题分为三个层次。NAEP 认为,相较于中、低复杂度的题目,高复杂度的题目不单一地依靠回忆知识、识别概念、简单操作就可以解决问题,它对学生的数学思维能力提出了更高的要求,需要学生进行更多的抽象推理,用更复杂的方式进行数学思考。NAEP 从传统的布卢姆认知目标分类学中跳脱出来,转而强调学生的数学思维能力。按照人们通常的理解,思维主要有三种形式:形象思维、逻辑思维和辩证思维。数学主要依赖的思维形式是逻辑思维,具体体现就是逻辑推理。人们通过逻辑推理,理解数学研究对象之间的因果关系^[7]。近几年随着国际大型测评项目的引进,国内数学测评逐步接受不仅以计算结果判断学生得分,而且注重学生数学思考的过程,但是按照数学思维的复杂程度给数学试题划分层次的研究很少。

(二) 在测试中加大建构式问答题的比例,加强对学生数学思维过程的评价

传统的数学评价不管是选择题还是建构式问答题,学生通过一系列思维活动得出的运算结果很重要。结果错了,学生在这道题上就不能得分。NAEP 从一开始就建立了一个完整的建构式问答题的评分体系,他们认为建构式问答题不仅考查学生对具体的数学知识和概念的掌握情况,还关注学生在解决数学问题的思维过程中体现出来的对数学知识和概念的迁移和创造性应用。因此,NAEP 测试中建构式问答题的比例相当大,并且为每道试题制作专门的评分指导。如样题 5 两组答案都正确,得 2 分;只有一组正确或两组相同,得 1 分;两组都不正确,得 0 分。

(三) 注重测试试题与学生生活的联系,建构数学与实际生活关联

基于生活情境设计试题,可以激发学生的解决数学问题的兴趣和好奇心,让学生体会到数学在生活中无处不在,同时可以激发学生观察生活中数学现象、数学问题的能力,培养问题意识^[8]。帮助学生在发现问题中认识自我、建立数学学习的信心和兴趣。并且,从简单情境中可以相对容易地提炼特征,形成概念^[9]。我国 2011 年版课标在第一和第二学段的要求中也提出要引导学生尝试从日常生活中发现并提出简单的数学问题,并运用一些数学知识加以解决^[10]。

数学教育既要使学生掌握现代生活和学习中所需要的数学知识和技能,更要发挥数学在培养人的思维能力和创新能力方面的不可替代的作用^[11]。因此,培养学生用数学的思维方式思考问题才是数学教育的终极目标。

参考文献:

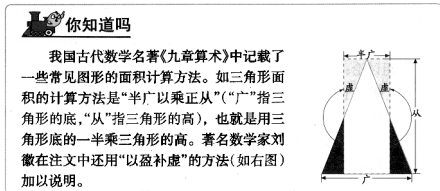
- [1] National Association of Environmental Professionals. About NAEP[EB/OL]. 2019-12-18, <https://www.naep.org/about-naep>.
- [2] National Association of Environmental Professionals. NAEP Report Card[EB/OL]. 2019-12-18, <https://nces.ed.gov/nationsreportcard>.
- [3][4] National Assessment Governing Board. Mathematics Framework for the 2019 National Assessment of Educational Progress[M]. Washington DC, 2019:5-58.

(上接第59页)

的面积计算公式。那么,古代的人们用什么方法得到梯形的面积计算公式呢?

问题9:古代的人们用什么方法得到梯形的面积计算公式呢?

对照教材中的“你知道吗”,思考如何“以盈补虚”推导出梯形的面积计算公式。



问题10:如何利用“以盈补虚”的方法推导出梯形的面积计算公式?

在实际教学过程中,学生可能以另一种形式展示了这种方法(图7),即沿梯形的中位线EF对折,然后分别沿GE、FH把△BGE和△HCF折进去,这样就折成了一个矩形。这一折的过程实际上体现了“以盈补虚”,即把△BGE补在△AEM处,把△HCF补在△NFD处。

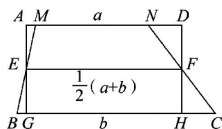


图7

[5] Phil Daro, Gerunda B. Hughes, Fran Stancavage. A Study of the Alignment between the NAEP Mathematics Framework and the Common Core State Standards for Mathematics (CCSS - M)[J]. American Institutes for Research, 2013(8):14-21.

[6]张迪,王瑞霖,杜宵丰. NAEP 2013 数学测评分析框架及试题特点分析[J]. 教育测量与评价, 2018(3):55.

[7]史宁中. 数学基本思想 18 讲[M]. 北京:北京师范大学出版社, 2016:5-6.

[8][10][11]中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2011年版)[S]. 北京:北京师范大学出版社, 2012:1-12.

[9]杨向东. 指向学科核心素养的考试命题[J]. 全球教育展望, 2018(10).

【作者简介】吕艳波,教育部基础教育质量监测中心;赵宁宁,北京师范大学文学院。

【原文出处】《小学教学》(郑州), 2020.2下.4~7

通过了解历史,我们知道三角形和梯形面积公式的推导只是“以盈补虚”的简单运用,刘徽在《九章算术》中把“以盈补虚”的方法延拓得更为巧妙成熟。

数学发展史已经清楚地表明了提出数学问题的巨大价值,可以说,没有数学问题的提出就没有数学问题的解决,也就没有数学科学的发展。但提出问题的教与学在我国长期被忽视,导致中小学生的意识薄弱。希望广大数学教师重视学生提出问题能力的培养,关注并研究培养提出问题能力的策略与方法。

参考文献:

- [1]张振虹,黄荣怀,陈庚,徐琤. 学会发现问题,促进网上学习的真正发生——基于网上学习中发现问题方式的中英比较[J]. 中国远程教育, 2008(6):33-36.

【作者简介】吉智深,江苏省南通师范高等专科学校。

【原文出处】《小学数学教师》(沪), 2020.4.76~78

【基金项目】2017年江苏高校“青蓝工程”(编号:苏教师[2017]15号)。