【教学研究】

中华优秀传统数学文化进课堂：价值、标准与路径

——以“出入相补原理”为例

岳增成　　陈梓欣　　林永伟

【摘　要】在立德树人教育根本任务的指引下，在优秀传统文化进课本、进课堂、进校园的现实背景下，中华优秀传统数学文化进课堂和以传统数学文化助力学科育人是小学数学教育的应然选择. 文章以“出入相补原理”为例，对传统数学文化的教育价值、选取标准以及应用路径进行了论述.

【关键词】中华优秀传统文化；数学文化；教育价值；选取标准；应用路径；出入相补原理

在立德树人教育根本任务的指引下，在优秀传统文化进课本、进课堂、进校园的现实背景下，中华优秀传统数学文化（以下简称“传统数学文化”）进课堂和以传统数学文化助力学科育人是小学数学教育的应然选择. 然而，由于数学学科具有抽象性、严密性等特点，小学生的认知水平比较低，教师对传统数学文化进课堂的重视程度不够和高水平应用的素养不高等原因，尽管各个版本的小学数学教材中已编排相关素材，但传统数学文化走进小学课堂并非实然的状态. 那么，该如何从应然选择走向常态的实然落实？本文从以下三个方面进行论述.

一、传统数学文化的教育价值

（一）了解传统数学文化

传统数学文化进课堂首先是一个数学科学普及的过程，是对中国传统数学的普及，这是其教育价值在广度层面的体现，是“有什么”“是什么”的“知其然”问题. 笔者曾就能直观体现传统数学文化的中国数学家和数学成就做过简单的调查，结果显示：无论是小学数学教师，还是小学数学教育方向的师范生，抑或是小学生，能够说出五个中国数学家名字或五项中国数学成就的很少. 传统数学文化进课堂可以增进学生对中国传统数学相关人物与事件、概念与思想、运算与法则、问题与求解、公式与命题、工具与符号的了解，这也是很多教师对数学史教育价值的认识——扩大知识面.

“出入相补原理”是中国古代的代表性成就之一，指的是一个平面图形从一处移到他处，面积保持不变；又若把图形分割成若干部分，则原图形移置前后各部分面积的和、差有简单的相等关系[1]. 这是中国古代几何学的一条基本原理，被广泛应用于很多经典问题的解决中，如中国古代勾股定理的多种证明、直边图形的求积问题等. 现今所有版本的小学数学教材在编排“三角形的面积”内容时都采用了与以古希腊为代表的演绎体系类似的“全等拼接、折半求积”推导面积计算公式. 但是，只有部分教材中编排了“出入相补原理”的相关内容，如，西南师大版教材在正文部分安排了利用“出入相补原理”推导面积计算公式，在章末“你知道吗”板块中对《九章算术》及其与直边图形面积计算相关的内容、刘徽对《九章算术》的贡献进行了简单介绍；人教版、苏教版教材在“你知道吗”板块中进行了拓展性介绍，前者介绍了《九章算术》中方田（长方形）、圭田（三角形）的面积计算公式，并借助图形表征了“出入相补原理”在图形面积计算公式推导中的应用，后者介绍了《九章算术》中三角形面积的计算方法，并借助图形表征了刘徽注解的“以盈补虚”. 可见，仅从教材文本的角度看，它们都让学生获知了中国古代数学、数学家、数学著作等知识.

（二）感悟传统数学文化的魅力

传统数学文化的价值不仅体现在广度层面“了

China Social Science Excellence .All rights reserved: https://www.rdfybk.com/

解传统数学文化”,还应体现在深度层面“感悟传统数学文化的魅力”.这是一个“知其然也知其所以然”的问题.这就需要学生理解、掌握与课程内容相关的传统数学文化,能创造性地运用传统数学文化背后的知识、原理解决相关问题.也只有深度探究传统数学文化,学生才能真正理解中国古代数学的辉煌、中国古代数学家的伟大、中华民族的传承.

“出入相补原理”何以成为中国古代数学的代表性成就?因为它是“道”与“术”的统一.一方面,它与以《几何原本》为代表的西方演绎几何有异曲同工之妙,是中国古代数学中为数不多的基本原理,从“出入相补原理”与长方形的面积计算公式出发,可以推导出所有直边图形的面积计算公式;另一方面,以它为指导思想的割补术,具有中国传统数学构造性、计算性和机械性的特色,论述简单但应用广泛[2].小学数学课程中,涉及直边图形求积的问题都可借助“出入相补原理”解决,圆的面积计算公式的推导同样如此.目前,从教材文本的角度看,未将传统数学文化与多边形面积计算公式的推导建立显性的联系,也未对相关传统数学文化进行价值判断,导致学生无法在阅读文本的过程中感受到传统数学文化的魅力.目前,已有很多教师尝试建立传统数学文化与多边形面积计算公式推导之间的联系,比如,刘仍轩借助数学文化统领多边形面积的整体教学,将“出入相补原理”一以贯之地应用于各课时的教学,中外对照、古今辉映,学生“穿越时空”,在亲身探索和体验中清晰把握数学知识的本质,领略数学在曲折前行中迸发的魅力,实现了数学学科的育人价值[3];刘树霞、郑玲玲在“三角形的面积”的教学中,将刘徽的“割补法”、秦九韶的“三斜求积术”融入其中,学生在课堂中“穿越时空”,了解古代数学家的思想方法,树立了文化自信和理论自信[4].但多数尝试未对“出入相补原理”背后的传统数学文化进行深度挖掘,关注的仅是“出入相补原理”的思维层面.

二、传统数学文化的选取标准

(一)与课程内容匹配,尽量体现知识的本质

当前,传统数学文化进课堂面临的一个重要议题是课程内容问题.该选择什么样的内容进入教材?目前,各版本教材均编排了传统数学文化内容.以人教版教材为例,2012—2014年出版的12册教材中涉及传统数学文化的内容条目有60个,主要分布于阅读性专栏、例题与习题,涵盖了数学与现实生活、数学与科学技术、数学与人文技术及数学史,对学生的认知要求主要集中在了解性和无关联程序性.可见,在人教版教材中传统数学文化内容比较丰富,但仍有增加的空间和余地[5].具体来看,缺少贯穿性正文和背景性正文的呈现方式,联系程序性认知水平的条目占比较低.因此,进入教材的传统数学文化要增加与课程内容的匹配度,尽量体现知识的本质,通过文化与思维的互动,更好地凸显内容的知识性与传统数学文化的先进性.

以“多边形的面积”为例.在教材的编写中,可以重构中国古代面积计算的背景,将各种形状的土地面积计算作为背景性正文,引出各类直边图形面积的计算,将割补法与拼合法置于同等的地位,以使“出入相补原理”贯穿于面积计算公式的推导过程中;在例题与练习中设置应用“出入相补原理”的题目;通过阅读性专栏介绍与“出入相补原理”有关的传统数学文化;除了教材中原有的普及性知识,还需要以学生能懂的语言对“出入相补原理”进行价值判断,提供应用“出入相补原理”解决的问题,以使学生真正理解包含“出入相补原理”在内的传统数学文化的魅力.

(二)与教学目标吻合,尽可能展示多元的教育价值

传统数学文化进课堂,还需重点关注传统数学文化课程形态向教学形态的转化.传统数学文化进课堂可以参照数学史料的选取原则,即科学性、可学性、趣味性、人文性、有效性[6],做到与教学目标相吻合,尽可能展示多元的教育价值.科学性要求选取的传统数学文化素材真实、可靠,切勿为了弘扬传统文化而捏造、夸大;可学性关注学生的认知发展水平,要求所选素材符合学生的认知基础;趣味性要求所选素材能够激发学生的学习兴趣与动机;人文性要求所选素材应与数学家相关联,反映数学中蕴含的人文精神,或与其他知识领域相关联,揭示数学的文化价值;有效性要求所选素材有助于学生理解、掌握和运用相关知识.

以“出入相补原理”为例.可以从刘徽注解的《九章算术》中选取多边形面积计算公式推导、圆面积计算公式推导的相关素材,以确保传统数学文化素材的科学性.将所选素材转化为学生帮助古人解决土地分配问题,可以激发学生的学习兴趣与动机.在单元整体设计中,将“出入相补原理”作为主线:在平行

China Social Science Excellence . All rights reserved. https://www.rdfybk.com/

四边形面积计算公式的推导中,注重直角三角形的割补;在三角形、梯形面积计算公式的推导中,关注等积变换后的图形,可以是长方形,也可以是平行四边形;将部分例题、习题与“出入相补原理”结合,符合学生的认知发展水平,有助于学生理解、掌握、运用“出入相补原理”.在每一个主题探究活动后,呈现阅读材料或播放微视频,可介绍刘徽的推导方法,为学生提供古今对照的机会;也可介绍刘徽的数学成就、精神品质,供学生感悟;还可介绍刘徽与欧几里得的推导方法,供学生对照中外的方法;此外,还可介绍与“出入相补原理”有关的历史人物、数学成就、文化根源,供学生了解、品读,体现所选素材的人文性.这就很好地体现了数学史“知识之谐、方法之美、探究之乐、能力之助、文化之魅、德育之效”的教育价值.

三、传统数学文化的应用路径

图1呈现了传统数学文化的应用路径.

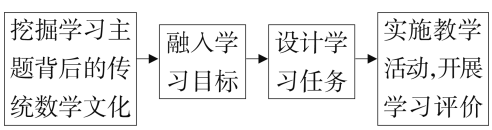

图1 传统数学文化的应用路径

教学是教师、学生与各类资源的互动,因此传统文化进课堂首先要解决的是资源问题,要挖掘学习主题背后的传统数学文化,挖掘的内容包括与学习主题有关的数学家及他们的生平、故事、数学成就、精神品质等,学习主题的历史发展脉络与关键节点的发展动因,学习主题背后数学成就的历史定位,等等.

其次,将传统数学文化的教育价值与学习目标融合在一起.由较为忽略到比较关注,传统数学文化的引入势必会引发学习目标的重构.在将传统数学文化教育价值融入学习目标时,需要重点关注的是定位问题:是了解传统数学文化,还是感悟传统数学文化的魅力?如果是前者,要与学习目标的情感态度价值观维度建立紧密联系;如果是后者,要与学习目标的关键能力、情感态度价值观维度建立紧密联系,且情感态度价值观维度目标的实现以关键能力目标的实现为前提.

再次,要根据学习目标设计学习任务.如上所述,如果将了解传统数学文化融入学习目标,那么依此设计的学习任务应以点缀式、附加式介绍传统数学文化为主;如果将感悟传统数学文化的魅力融入学习目标,那么依此设计的学习任务要引导学生深度参与到传统数学文化的探究活动中.

最后,实施教学活动、开展学习评价.传统数学文化的引入将会引发学习目标、学习活动的重构,与之相应的,学习评价也将发生改变.如何评价传统数学文化融入课堂的效果?可以让学生走进传统文化,了解传统数学文化,用古人的方法解决问题,古今对照,感悟传统数学文化的魅力,古为今用,感悟数学的本质,更好地学习数学.需要注意的是,中华优秀传统数学文化进课堂,并不排斥外国数学文化的引入.多元文化进课堂,能使学生在古今对照、中外对比中,更好地理解数学的本质,更多地了解世界文化,更好地感悟中华优秀传统数学文化的独特魅力.

参考文献:

[1]吴文俊.出入相补原理[M]//自然科学史研究所.中国古代科技成就.北京:中国青年出版社,1978.

[2]吴文俊,王志健.中国数学史的新研究[J].自然杂志,1989(7).

[3]刘仍轩.基于数学文化的单元统整教学研究——以“多边形的面积”单元为例[J].小学数学教育,2020(7上).

[4]刘树霞,郑玲玲.挖知识源流,助文化互融——以基于数学史的“三角形的面积”教学为例[J].教学月刊(小学版),2021(6).

[5]姜浩哲.我国传统数学文化融入教科书的价值、现状与展望——以人教版小学数学教科书为例[J].课程·教材·教法,2021,41(1).

[6]陈晏蓉,汪晓勤.数学史料的选取原则与案例分析[J].教育研究与评论(中学教育教学版),2017(12).

【作者简介】岳增成、陈梓欣,杭州师范大学经亨颐教育学院;林永伟,杭州师范大学继续教育中心.

【原文出处】《小学教学》(郑州),2022.4下.4~7

【基金项目】本文系杭州师范大学2021年度国家级大学生创新创业训练计划项目“少数民族地区数学文化资源开发与应用”(编号:202110346066);2019年度教育部人文社会科学研究一般项目“乡村教育促进乡村振兴的理论与实践探索——以浙江安吉为例”(编号:19YJA880056)的研究成果.

China Social Science Excellence . All rights reserved. https://www.rdfybk.com/