

基于问题链的数学文化项目式学习活动设计

——以“杆秤中的数学”为例

唐恒钧 陶慧婵

【摘要】数学文化项目式学习是数学文化融入数学课堂的重要形式,问题链为数学文化项目式学习的实施提供载体.文章以“杆秤中的数学”为例,阐述基于问题链的数学文化项目式学习活动的设计需关注通过多重关联分析确立项目主题,挖掘项目主题的育人价值确立项目目标,开发问题链驱动项目实施等方面的问题.

【关键词】数学文化;问题链;项目式学习

数学是一种文化,表现在数学本身是一个独立的文化体系,数学发展受人类文化的影响,数学是人类文明发展中的重要文化力量等方面^[1].因此,数学文化在当前基础教育课程改革中得到了充分的重视.《义务教育数学课程标准(2022年版)》(以下简称新课标)在选择课程内容时明确指出要关注数学文化,继承和弘扬中华优秀传统文化^[2].那么,如何将传统文化融入数学课堂教学?数学文化主题活动是数学文化融入数学课堂的重要形式^[3],在初中阶段主要表现为项目式学习.问题链是实施数学文化主题活动或更具体的数学文化项目式学习的重要手段.问题链能为项目式学习提供脚手架,驱动数学文化项目式学习的顺利进行.为更详细地阐明基于问题链的数学文化项目式学习活动设计,本文以“杆秤中的数学”为例进行探究.

一、数学文化项目式学习主题与目标的确定

项目式学习主题与目标的确定是数学文化项目式学习设计的起点.主题规定了项目式学习的领域,目标则规定了项目式学习的方向.在确立主题与目标时,往往会经历在主题分析基础上确立目标,在目标分析过程中调整主题的循环过程,最终达成两者间的契合.因此,主题是实现目标的场域,目标是主题活动的方向.

(一)项目主题确定

在数学文化项目式学习的项目主题确定过程中,教师需要考虑文化关联分析、数学关联分析与课程关

联分析三个方面.

首先,从文化关联角度看,杆秤是中华文化发展产生的一种重要的称量工具,体现了古人的智慧,同时杆秤承载着公平、正义的中国传统文化价值观.杆秤中蕴含丰富的数学、物理等学科知识,在今天的日常生活中具有一定的实用价值,是数学作为一股重要文化力量的体现.因此,杆秤是一个具有丰富文化价值的素材,我们可由此开发出一个数学文化项目式学习的主题.

其次,从数学关联角度看,以杆秤为主题的项目式学习包含一次函数、一次函数的图象这两个核心知识,蕴含函数与方程、建立数学模型等思想方法,培养学生的抽象能力、运算能力、几何直观、模型意识等核心素养.因此,以杆秤为主题可以与数学学习产生紧密的联系.

最后,从课程关联角度看,杆秤与初中数学“一次函数及其相关性质”及小学科学“杠杆原理”、初中科学“简单机械”都有很强的相关性.因此,在数学课程“一次函数”的项目式学习中可以引入杠杆原理,对以杆秤为主题进行研究是可行的.基于上述三重关联的分析,我们确立“杆秤中的数学”这一项目主题.

(二)项目目标确定

数学文化项目式学习的项目目标不仅具有一般项目式学习目标的特点^[4],还要充分彰显文化性,具体可分为基础知识、综合能力及精神品质三个维度.

“杆秤中的数学”基础知识目标为:结合具体情境体会一次函数的意义,能根据已知条件确定一次函数的表达式;能画出一函数的图象,并根据图象和表达式理解一次函数的性质;能用一次函数解决简单实际问题^{[2]57}。

综合能力目标为:会用数学的眼光观察世界,用数学和跨学科思维提出和分析问题,感悟杆秤所蕴含的数学意义与文化价值,发展数学抽象和几何直观等数学关键能力;会用数学的思维思考世界,理解一次函数相关知识之间、一次函数和杆秤之间的联系,能够合乎逻辑地设计并完善杆秤的制作方案,合作完成杆秤的制作,发展批判性思维和理性精神;会用数学的语言表达世界,感悟数学与现实世界的交流方式,运用数学语言表达和解释杆秤背后的数学性质和规律,体会数学在现实世界中的价值,培养应用意识和创造思维。

精神品质目标为:在了解杆秤的历史文化活动中,感受中华优秀传统文化的独特之处,增强文化自觉和文化自信;在理解杆秤所蕴含的科学、数学原理项目活动中,体会数学与生活的紧密联系,进而养成关注与数学有关的生活问题的习惯;在制作杆秤项目活动中,培养主动思考、反思质疑的学习态度和合作精神、担当精神;在学习过程中,形成热爱劳动、尊重他人、勇于创新等良好品质,传承公平、正义的中华优秀传统文化精神。

二、数学文化项目式学习的问题链设计

以杆秤为主题的项目式学习包含两个核心知识,因此可以设置为两个课时。由于项目式学习以学生为中心,以小组合作探究为主要形式,内容涉及跨学科知识,课内教学时间可能不够,因此可采用课内课外相结合的形式。例如以小组为单位在课外完成查阅资料、准备材料、总结评价等活动,在课内开展设计方案、完成项目、汇报交流等核心活动。

(一)创设情境,呈现项目

问题情境 “天地之间有杆秤”“每个人的心里都有一杆秤”……杆秤,是我们日常生活中经常能听到和看到的物件,是中国传统度量衡的三大件之一。虽然随着时代和科技的发展,杆秤在生活中逐渐被电子秤所代替,但是杆秤作为国粹,不仅体现了中国人的智慧,还蕴含着丰富的文化内涵,是公平、正义的象征。今天,让我们一起以“杆秤中的数学”为主题开展

项目式学习。

教师播放杆秤的历史文化介绍视频,并在视频结束后向学生提问:“在生活中有没有见过杆秤?如何使用杆秤?”学生在观看视频后,思考并说出日常生活中所看见的杆秤的使用方法。

设计意图:教师通过视频以及介绍,让学生了解杆秤背后的中国智慧和 Cultural 价值,增强学生的民族自信心;让学生回忆生活中的杆秤,为后续的深入学习提供生活背景,便于学生理解核心知识,明确项目研究主题。

(二)问题链驱动,融合知识

问题1 参考我们所了解的杆秤,如何制作一把可在实际生活中使用的杆秤,并使其称重尽可能准确?

设计意图:问题1是整个项目起始性的驱动问题,使学生明确项目任务和要求,且具有一定的开放性,并能引发杆秤的原理、制作方法等一系列的后续问题。

问题2 杆秤称量的科学原理是什么?

教师让学生以小组为单位,讨论并总结通过线上线下搜集到的相关资料,汇总后在课内分享、讨论。

设计意图:杠杆原理既是杆秤的使用原理,也是跨学科内容。教师让学生在课外自行查找资料,在课内通过问题2让学生分享、讨论,培养学生的信息搜索能力,同时唤起学生对杠杆原理的回忆,是后续进一步研究的基础。

问题3 我们已经了解了杆秤的基本原理,参考常用的度量工具,例如尺子、天平等,要制作一把能够真正使用的杆秤,第一步应该先确定什么?如何确定?怎样用数学方法证明你的想法是对的?

问题3旨在引导学生思考在使用尺子、天平时的操作步骤,将相关的知识迁移至杆秤的使用上。学生在回顾总结认知结构中已有的测量经验,形成项目情境后,进行交流碰撞,然后思考为了使杆秤便于使用和读数应采取的措施,确定步骤后将问题数学化,从而证明其想法,最后讨论并得出确定杆秤零刻度的具体操作方法。

设计意图:为了使制作出的杆秤便于读数,要先确定杆秤的零刻度位置,这对于初中生来说是比较容易忽略的。问题3引导学生类比尺子和天平的度数方式,并设计四个层层递进的子问题,调动学生思考的

积极性,培养学生思维的逻辑性和严谨性.

类比天平零刻度的确定,学生容易想到在杆秤不称物体时提起提纽,能使其保持平衡的秤砣位置,即为零刻度的位置.但是要想证明此想法是正确的,需要将杆秤抽象化、数学化.如图1所示,假设在没有重物时,秤砣挂在位置C处能使杆秤处于水平平衡,设杆秤(整体)重为 G_1 ,重心到支点的距离为 L_1 ,秤砣重 G_0 ,C点到支点的距离为 L_0 .根据杠杆原理可得 $G_1 \cdot L_1 = G_0 \cdot L_0$.

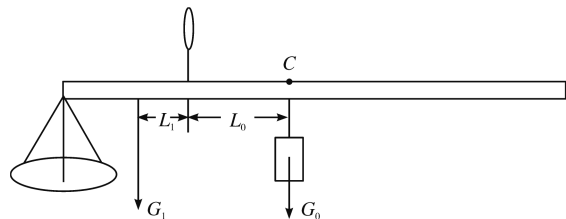


图1

在给某物体称重时,将重量为 G 的该物体放在秤盘上,假设若要保持杆秤处于水平平衡,需要将秤砣挪到位置A处,如图2所示.根据杠杆原理可得 $G \cdot L_2 + G_1 \cdot L_1 = G_0 \cdot L_A$,联结上述不称重物时的公式可得 $G \cdot L_2 + G_0 \cdot L_0 = G_0 \cdot L_A$,即 $G \cdot L_2 = G_0 \cdot (L_A - L_0)$,令 $L_A - L_0 = L$,可以得到 $G = G_0 L_2 \cdot L$,令 $\frac{G_0}{L_2} = k$,即 $G = k \cdot L$.

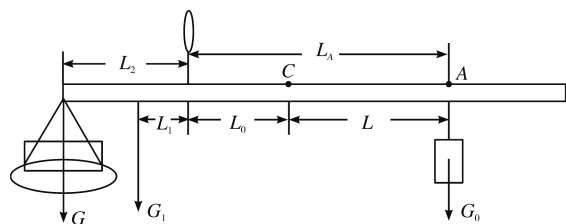


图2

由此可以证明学生有关零刻度的位置的想法是正确的,因为将零刻度设在C处时,更便于后续的读数.在这个情境下,学生通过自己的讨论探究得出形如一次函数的公式,教师可以借此深入挖掘一次函数的概念.该活动过程也是学科知识融合和运用的过程.

问题4 杆秤的刻度是均匀的吗?为什么?

教师让学生用代数的方法或者用画图的方法讨论并思考 $G = k \cdot L$ 中 G 和 k 两个变量之间的数量关系,再回到杆秤刻度的情境中回答问题.

设计意图:问题4通过讨论杆秤的刻度是否均匀,引发学生思考一次函数中两个变量之间的数量关

系,进而使学生更好地理解一次函数的图象及其性质.

(三)自主设计,测试优化

师生活动 设计方案并制作杆秤.

学生分小组讨论并设计杆秤的制作方案,具体包括所需材料和制作步骤,记录方案和讨论过程等.依据方案制作杆秤,并进行测试与优化,使制作的杆秤称量尽可能准确.教师了解每个小组的设计方案与进度,为项目设计与制作过程中遇到困难的小组提供个性化指导.

设计意图:教师让学生充分运用一次函数和杠杆原理的相关知识设计并制作杆秤,使学生加深对知识的理解,体会数学的价值以及与生活的密切联系.该活动环节,培养学生的高阶能力和思维方式,以及合作意识、责任意识等精神品质.

(四)成果展示,评价交流

成果展示 教师请各小组学生汇报项目式学习成果.

教师请各学生小组选取一名代表汇报本组项目式学习的设计方案、遇到的问题及其解决方案,展示制作的杆秤,用自己制作的杆秤和电子秤给相同的物品称重以展示杆秤的精确度.教师从制作的过程和成果两个维度对学生的项目式学习进行评价,引导学生与组内同学相互交流收获与不足,并填写评价量表(见表1).

表1 项目式学习个人评价量表

评价内容		评价等级		
		A	B	C
项目过程评价	能主动积极地参与项目活动			
	具有一定的信息收集和处理能力			
	能综合运用知识、技能制订方案并完成制作			
	能正确表达自己的想法,尊重他人的建议,并进行有效沟通			
	具有创新能力和批判能力			
	有担当精神,遇到困难不退缩、不放弃			
项目成果评价	活动过程记录清晰、完整			
	杆秤制作美观、精确			
	汇报时表达流畅,答辩时逻辑清晰			

设计意图:教师让学生在展示和评价的过程中进

行自我反思、自我总结,思考解决问题的一般思路从而达到思维进阶,促进学生元认知的发展。

三、数学文化项目式学习设计的要点

基于问题链的数学文化项目式学习是以数学文化育人为目标,以项目式学习为载体,以问题链为抓手的教学。在设计时,教师要把握好以下要点:通过多重关联分析确立项目主题,挖掘项目主题的育人价值确立项目目标,开发问题链驱动项目实施。

第一,通过多重关联分析确定项目主题。数学文化项目式学习的主题应建立起数学与文化、数学与社会、数学与人之间的广泛联系,这样的主题既包含丰富的数学内容,又与文化有着密切的联系。因此,在项目主题的确定时综合地分析数学内外部所存在的关联^[5]。在具体实施中,可以从文化现象或文化要素入手,挖掘其中蕴含的数学元素,进而与数学等学科课程中的相关内容进行匹配性分析,最终凝练出项目主题。比如,在“杆秤中的数学”教学中,可以从杆秤这一中华优秀传统文化元素入手,挖掘杆秤中存在的如一次函数等数学元素,进而与初中数学及科学中相关内容进行关联,确立具有文化意义且学生可研究的项目主题。

第二,挖掘项目主题的育人价值确立项目目标。从理论上来说,项目目标应是先于项目主题的确立的,但这里的目标往往是宏观的、方向性的。而在具体开发过程中,又往往以项目主题所具有的育人价值入手。比如,数学文化项目式学习的方向性目标是发展学生问题解决能力、创新能力、实践能力的同时,让学生的数学学习成为一场体验性的文化之旅,感受数学学科特有的文化育人价值和魅力^[6]。上述目标在指导具体的项目式学习过程中显得笼统了,需要进一步对已确立的项目主题进行分析,挖掘出该主题所具有的育人价值,进而转变为前述基础知识、综合能力、精神品质三个方面的具体目标。

第三,开发问题链驱动项目实施。项目式学习要求学生能够主动地参与到学科实践活动中,进而对学科知识进行主动建构。因而,学生持续且深入地参与项目实施和问题解决是项目式学习能够有效展开的前提。在设计时,将项目核心内容转化为吸引学生投入学习的主干问题,进一步设计逻辑递进的,能推动学生持续思考的问题链^[7]。“杆秤中的数学”以中华优秀传统文化中的杆秤为情境,以“如何制作杆秤”

为驱动性问题,并演化出“杆秤称量的原理是什么?”“该如何进行?”“制作中第一步该确定什么?原理是什么?”“刻度是均匀的吗?”等问题链,使学生始终处于不断产生问题、解决问题的脉络中,体会我国古人的智慧。

综上,项目式学习是落实数学文化的一种重要教学形式,问题链则为数学文化项目式学习的设计与实施提供了载体。在基于问题链的数学文化项目式学习设计时,需要关注利用多重关联的分析寻找合适的项目主题,利用项目主题育人价值的分析确立项目目标,构建内在关联的问题链驱动项目式的学习等方面。

参考文献:

- [1]唐恒钧. 数学文化的教学意蕴及问题链的价值[J]. 中小学课堂教学研究, 2022(7): 4-7.
- [2]中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2022年版)[S]. 北京: 北京师范大学出版社, 2022.
- [3]唐恒钧, 李婉玥. 指向核心素养的小学数学文化主题活动及设计要点[J]. 浙江师范大学学报(自然科学版), 2021(4): 475-480.
- [4]吴晗清, 穆铭. 科学领域核心素养达成的利剑: 融合合理化的项目式学习[J]. 教育科学研究, 2019(1): 50-54, 60.
- [5]唐恒钧, 李佳薇. 指向数学文化的问题链教学设计与实施原则[J]. 中小学课堂教学研究, 2022(8): 5-8.
- [6]张维忠, 丁福军. 走向文化回应的数学教学[J]. 中学数学月刊, 2022(4): 1-3, 7.
- [7]唐恒钧, HAZELTAN, 徐元根, 等. 基于问题链的中学数学有效教学研究: 一项课例研究的启示[J]. 数学教育学报, 2018(3): 30-34, 44.

【作者简介】唐恒钧, 浙江师范大学教师教育学院教授, 硕士生导师, 教育学博士后, 主要从事数学课程与教学研究; 陶慧婵, 浙江师范大学教师教育学院在读硕士研究生, 主要从事数学课程与教学研究(浙江 金华 321004)。

【原文出处】《中小学课堂教学研究》(南宁), 2022.9.7~10

【基金项目】全国教育科学规划课题教育部重点课题“指向深度理解的‘问题链教学’研究”