

数学规则课型教学探究

——以“直线与平面平行的判定”为例

樊彦朝

【摘要】数学规则课型是指将数学中的法则、公式、公理、定理、数学重要结论和数学基本题的重要解法等数学规则的教学作为任务的一类课。文章以“直线与平面平行的判定”为例,依托数学规则课型进行教学实践,发展学生核心素养,践行深度学习。

【关键词】数学规则课型;直线与平面平行的判定;深度学习

数学规则课型是指将数学中的法则、公式、公理、定理、重要结论和基本题的重要解法等内容的教学作为任务的一类课型。规则课型通常有三个阶段:习得阶段、转化阶段与迁移运用阶段^[1]。笔者在以“数学规则课型有效教学”为主题的教研活动中实施了“直线与平面平行的判定”一课的教学,现将教学设计与思考整理成文,以飨读者。

一、教学内容分析

“直线与平面平行的判定”是人教A版《数学》(必修第二册)第八章第五节(以下统称“教材”)的内容,是直线与平面平行的判定定理的发现与运用。

空间中的平行关系是在学习了简单几何体、空间图形的基本关系与公理等概念后,再对空间几何体局部的点、直线、平面之间的位置关系进行的研究学习,具有承上启下的作用。

直线与平面平行是直线与直线平行和平面与平面平行的桥梁和纽带,是对初中所学平面图形中几何关系的进一步深化和具象,为后面直线与平面垂直关系的学习奠定了基础、提供了理论依据,是空间问题平面化的典范。

直线与平面平行的定义是直线与平面平行的一种判定方法和准则,是类比初中直线与直线平行的定义获得的。当然定义本身既是判定也是性质,体现了数学上从低维到高维的思考方式。用定义判定直线与平面平行是一个无止境的过程,而判定定理研究的是如何简洁地进行判定。判定定理只要求直线(在平面外)与一条直线(平面内的一条)平行即可,其中蕴含了由无限向有限的转化,体现了以简驭繁的策略,有利于培养学生追求“大道至简”的品质。

直线与平面平行的判定定理是研究空间问题的第一个判定定理,它将线面平行问题转化为线线平行问题,同时又体现了空间问题平面化的思维方式。这为后续研究直线与平面垂直问题提供了非常好的思考和解决问题的方式。

根据课时安排,关于规则课型的第三阶段将放在后续课程进行处理。本文主要呈现习得阶段和转化阶段的教学设计。

二、教学目标

(1)理解直线与平面平行的判定定理,能运用定义和判定定理证明直线与平面平行的简单问题。

(2)通过直线与平面平行的判定定理和性质定理的对照,深刻理解直线与平面平行,会运用直线与平面平行的判定定理和性质定理解决综合问题。

(3)体会空间问题平面化,直线与直线平行和直线与平面平行相互转化,以及无限转化为有限的思想方法。

三、教学重难点

教学重点:直线与平面平行判定定理的发现与运用。

教学难点:直线与平面平行判定定理的发现与归纳。

四、教学过程

(一)习得阶段

1. 规则的发现与归纳

活动1:直观感知,引入新课。

问题1:请同学们观察教室,你能找到线与平面平行的实例吗?

问题2:我们所举的实例是通过感官感受的,非

理性的线面平行,那么,如何理性地判定直线与平面平行.

问题3:根据定义,只需判定直线与平面没有公共点即可.但直线无限伸长,平面无限延展,如何保证直线与平面没有公共点?

设计意图:从课堂教学来看,课题的自然引入包括两个方面——一是知识的逻辑顺序自然;二是学生心理逻辑自然,主要是思维过程自然.本节课是学生在学习了直线与平面平行的定义、性质的基础上开展的.让学生通过观察教室感受现实生活中存在的线面平行,为课题“如何理性地判定直线与平面平行”的自然引入提供了良好的媒介.

活动2:思辨论证,归纳定理.

问题4:一条直线与平面平行,那么该直线与平面内直线的位置关系是平行或异面;反之,一条直线与一个平面内的直线的位置关系要么平行,要么异面,则该直线与平面平行.此命题是否为真命题?

问题5:一条直线与一个平面内的无数条直线异面,该直线与平面平行.此命题是否为真命题?

问题6:一条直线与一个平面内的无数条直线平行,该直线与平面平行.此命题是否为真命题?

问题7:平面外一条直线与该平面内的无数条直线平行,该直线与平面平行.此命题是否为真命题?

问题8:平面外一条直线与该平面内的某一条直线平行,该直线与平面平行.此命题是否为真命题?

设计意图:问题4是线面平行定义的另一种表达形式,将线面平行用直线与直线平行或直线与直线异面进行表达.它虽然是真命题,但是用来判定直线与平面平行也是不便的.问题5和问题6是将问题4的直线与直线异面和直线与直线平行拆成了两个问题.问题5是假命题,问题6乍一看是真命题,实则也是假命题,但是距离判定直线与平面平行的真命题仅差一步.问题7是问题6的修正,将直线进行了定位——直线在平面外,因此命题7是真命题.问题8是问题7的简化.师生通过对5个问题的层层深入,抽丝剥茧,寻找到简洁的直线与平面平行的判定方法,也就是直线与平面平行的判定定理.

本节课在直观感知的基础上,设计了由5个问题组成的问题串,层层推进,逻辑清晰,在判定命题真假、思辨中直观想象与逻辑推理有机结合,自然地抽象归纳出判定定理.教师没有将判定定理直接告诉学生,而是通过问题串引导学生去发现判定定理,突破了本节课的难点,让学生充分体验了线面平行

的判定定理生成的过程.

2. 规则的理解

活动3:对照性质定理,深化理解.

问题9:请学生填写表1.

表1 三种数学语言表示线面平行的性质定理与判定定理

类别	线面平行的性质定理	线面平行的判定定理
图形语言		
文字语言		
符号语言		

设计意图:对照线面平行的性质定理,从图形语言、自然语言、符号语言三个角度,深化理解线面平行的判定定理,让学生对所学知识的理解和掌握更深刻.

(二)转化阶段

规则课型的转化阶段,主要是将规则的理解转化为规则的运用,非常重要的表现就是运用规则解决简单的问题.基于此,本阶段设计了以下活动环节.

活动4:精讲例题,归纳方法.

例1 如图1,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为 DD_1 的中点,求证:(1) $BD_1 \parallel$ 平面 EAC ; (2) $AE \parallel$ 平面 BCC_1B_1 .

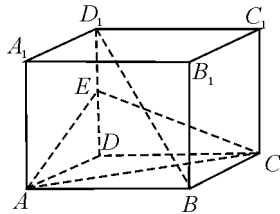


图1

设计意图:证明直线与直线平行的模型有很多,可以分为空间模型和平面模型.空间模型有:平行公理模型、直线与平面平行的性质定理模型、直线与直线平行的性质定理模型、垂直于同一个平面的两条直线平行等等.平面模型有不等号模型“ $\neq$ ”(内错角相等,两直线平行;同旁内角互补,两直线平行;同位角相等,两直线平行),三角形模型(三角形中位线定理;一条直线截三角形的两边(或两边的延长线所得的对应线段成比例,则这条直线平行于三角形的第三边),四边形模型(平行四边形对边互相平行;梯形上下底互相平行;梯形中位线定理).运用三角形模型中的中位线性质的定理和四边形模型中的平行四边形性质证明线线平行是很常见的手段.例题设计旨在让学生直观感受如何运用这两种模型解决线面平

行问题,并使学生体验证明线面平行问题的分析思考过程与规范解答过程.

活动5:变式训练,思维提升.

变式训练:如图2,棱锥 $P-ABCD$,底面 $ABCD$ 为平行四边形, M,N 分别为 AB,PC 上的中点.求证 $MN \parallel$ 平面 PAD .

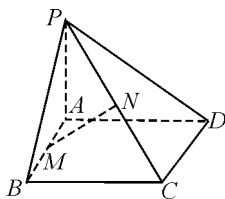


图2

设计意图:相关的高考试题的模型主要是柱体模型和锥体模型.例题采用柱体模型,变式训练采用锥体模型,让学生全面感受和掌握关于线面平行判定的模型.构造三角形模型和四边形模型是常用的证明线面平行的手段.变式训练并适当反思,让学生自己去整理感受三角形模型和四边形模型.

五、教学反思

(一)打破传统的教学顺序

教材中“直线与平面平行”一节,将直线与平面平行的判定与性质放在了一起,与旧教材的安排类似,先学习直线与平面平行的判定定理,后学习直线与平面平行的性质定理.本节课在传统的基础上进行了创新,先完成了直线与平面平行的性质定理的教学,后进行直线与平面平行的判定定理的教学.这样安排,更加适应学生的心理认知,符合学生的最近发展区.

(二)避免数学概念的注入式教学

直线与平面平行的判定定理的传统教学是教师直接告诉学生结论,然后进行大量的题目训练巩固结论.传统的教学方式没有把握知识的来龙去脉,只是注重熟背结论和结论的简单运用.事实上,学生既能熟练的计算和逻辑推理,又能理解知识的来龙去脉和把握思考的脉络,才是真正理解了数学,才能比较自如地应用数学知识解决问题.

(三)深度发展学生核心素养

直观想象作为数学核心素养之一,是学生必备的学习能力.在本节课的教学过程中,教师引导学生体验了“直观感知—思辨论证—操作确认”等学习活动.通过体验,学生的数形结合、几何直观、空间想象等能力得到进一步提高;进一步增强了学生运用直观想象去思考问题的意识;培养了学生借助数学直

观、依托情境去感悟事物本质的能力;让学生获得了发现新事物的快乐,增强了学习数学的信心,提升其自主学习的能力.

(四)培养学生追求“大道至简”的品质

“大道至简”的道理(指基本原理、方法和规律)是非常简单的,即把复杂冗繁的表象层层剥离之后就是事物的本质.直线与平面平行的判定定理本质上是从平面内无数条直线中找到“一个代表”,让其代表平面.从这个角度来讲,平面与平面平行的判定定理就是从平面内无数条直线中寻找“两个代表”,让其代表平面;直线与平面垂直的判定定理就是从平面内无数条直线中寻找“两个代表”,让其代表平面;平面与平面垂直的判定定理就是从平面内无数条直线中寻找“一个代表”,让其代表平面.因此,直线与平面平行的判定定理的探究过程与思维方法也适用于探究平面与平面平行的判定定理、直线与平面垂直的判定定理.师生探究直线与平面平行的判定定理的过程,就是教师顺着学生的思路去引导,让学生按照自己的思路不断探索,克服困难,获得突破;学生再把自己的思维方法进行优化,提升对问题的认知度和思维的灵活度,让自己的思维不断走向简约.极致的思维,简约的表达,学会简单,真的不简单.追求“大道至简”,精于心,简于形,悟在过程.学生在学习数学知识及运用数学知识、思想方法解决问题的过程中,不仅培养了他们实事求是、严谨认真的科学精神和反思质疑、勇于创新的良好品质,还培养了其辩证唯物主义世界观,这也是新时代数学教育的希冀.

参考文献:

[1]谭国华.高中数学规则课型及其教学设计[J].中学数学研究,2013(7):1-4.

【作者简介】樊彦朝,广东省珠海市第一中学.

【原文出处】《中学数学教学参考》(西安),2023.1上.29~31

【基金项目】本文系2019年度教育部人文社会科学规划基金项目“高中数学素养理论框架的实证及实践研究”(19YJA880009)阶段性研究成果;广东省教育研究院教育研究课题“基于核心素养的高中数学课堂中学生活动设计的研究”(编号:GDJY-2021-M101)阶段性研究成果.