

【教材分析】

苏教版与人教版小学数学教科书 “图形的运动”内容比较

任建波 梅玲

【摘要】比较苏教版与人教版小学数学教科书中“图形的运动”相关内容,发现其相同之处有贯彻螺旋式编写理念、加强数学与生活的联系、构建图形运动认知的三个思维层次;不同之处体现在编排呈现先后顺序、核心知识定义(表征)方式、延展程度与相匹配的数学文化资源、综合实践活动的占比不同、作图方法的分解方式、与后续知识学习铺垫程度等方面.依据比较所得,并结合《义务教育数学课程标准(2022年版)》的课程理念、课程内容、教学提示等涉及图形的运动的要求,有针对性地提出有关“图形的运动”相关内容教材编写与修订的四个方面建议,包括:编排顺序、定义(表征)方式、数学文化资源与综合实践活动、作图方法的分解.

【关键词】苏教版小学数学教科书;人教版小学数学教科书;图形的运动

《义务教育数学课程标准(2022年版)》(以下简称《新课标》)在“图形的运动”中规定了以下六个方面的课程内容:感受平移、旋转、轴对称现象;能利用方格纸按比例将简单图形放大或缩小;能在方格纸上进行简单图形的平移和旋转;认识轴对称图形和对称轴,能在方格纸上补全简单的轴对称图形;能从平移、旋转和轴对称的角度欣赏生活中的图案;能借助方格纸设计简单图案,感受数学美,形成空间观念^[1].不难看出,《新课标》规定小学阶段(第一、二、三学段)“图形的运动”形式主要涉及三种:平移、旋转和轴对称.“图形的运动”建立在对图形认识的基础上,包括对图形概念的抽象与建构、图形性质特征的理解与把握、图形测量与计算的推导与应用等,也需要建立在一定的数与代数领域知识学习、技能训练和方法形成的基础上.小学阶段对图形运动的理解与把握,将为后续学习图形的性质、图形的变化、图形与坐标等内容做好铺垫,在此过程中亦需要不断组织和导引学生发现数学美、欣赏和创造数学美,不断主动挖掘数学学科的育人元素.通过比较当下使用的苏教版和人教版小学数学教科书中“图形的运动”的相关内容,进一步提高对此内容的学科理解和教学理解,为真正发展和培育学生的几何直观、空间观念、推理意识等数学核心素养打下坚实基础,进而全面、准确、科学地发挥和体现数学课程(教材)的育人价值. China Social Science Excellence .All rights reserved. <https://www.rdfybk.com/>

一、两版教科书中“图形的运动”相关内容的编排情况

整理苏教版和人教版小学数学教科书中有关“图形的运动”的内容,具体编排见表1.

表1 苏教版和人教版小学数学教科书中“图形的运动”相关内容的编排分布

学段	苏教版	人教版
第一学段		二年级下册第3单元 1. 轴对称图形 2. 平衡和旋转 3. 剪一剪
第二学段	三年上册第6单元 1. 平移和旋转 2. 轴对称图形 四年级下册第1单元 1. 图形的平移 2. 图形的旋转 3. 轴对称图形	四年级下册第7单元 1. 轴对称图形 2. 平移 3. 利用平移计算不规则图形的面积
第三学段	六年级下册第4单元 1. 图形的放大和缩小	五年级下册第5单元 1. 图形的旋转 2. 利用平移和旋转设计图案 六年级下册第4单元 1. 图形的放大与缩小

苏教版小学数学教科书对“图形的运动”的内容编排体现一定的整体性,即三年级上册安排第6单元学习平移、旋转和轴对称图形,四年级下册安排第1单元学习图形运动的这三种形式,另外在六年级下册第4单元(“比例”)安排了图形的放大和缩小。人教版小学数学教科书对“图形的运动”的内容编排则体现一定的独立性和递进性,即二年级下册第3单元开始初步认识图形运动的三种形式,然后四年级下册第7单元主要学习了平移,五年级下册第5单元主要学习了旋转,将平移和旋转分别设置在两个年级的下册,另外也在六年级下册第4单元(“比例”)安排了图形的放大与缩小。两个版本的教材编排有大同,也有小异。

二、两版教科书中“图形的运动”内容编排相同之处

(一)贯彻螺旋式编写理念,遵循儿童知识形成与认知发展的基本规律

某一知识内容的螺旋式编写是指该知识内容在教材的不同学段、不同单元(章)或不同小节中重复出现,逐渐增加广度或深度,即教材后面的内容作为前面内容的扩展或深化,与其他知识内容以交叉递进的方式前进^[2]。苏教版和人教版小学数学教科书都贯彻了这一编写理念,分别在第一学段或第二学段设置了图形运动的三种形式,且都是在第一学段或第二学段为初步认识,主要是能够认识和辨别图形运动的形式,在第二学段或第三学段为进一步研究与刻画,主要是理解和掌握图形运动的要素、特征和性质,能够在方格纸上描述、刻画和设计图形运动。从学习持续的周期看,苏教版小学数学教科书的编排是从三年级上册到六年级下册,人教版小学数学教科书的编排是从二年级下册到六年级下册,两者时间跨度基本一致,对图形运动的学习需要儿童对图形的认识作为主要知识铺垫,也需要儿童积累一定的生活经验作为支撑,还需要儿童运算能力、图形操作能力、空间想象能力等作为补充与辅助。因此,苏教版和人教版小学数学教科书选择较长时间跨度,与其他领域知识交叉编排,又遵循了儿童知识形成与认知发展基本规律。

(二)加强数学与生活的紧密联系,着力提升儿童“真实的”数学核心素养

核心素养,即“真实性学力”^[3]。“真实性学力”需要有“真实性学习”与“真实性评价”来配套。核心素养区别于应试学力的最大特质在于真实性。真实性是核心素养的精髓^[4]。苏教版和人教版小学数学教科书都特别注重加强与儿童生活的紧密联系,注

重在唤醒儿童生活经验与活动经验的基础上展开探究,在若干思维层次的探究活动中进行“真实性学习”,积累“真实性认知”,强调儿童的具身参与,在参与中发展儿童能够解决“真实性”生活问题的“真实的”核心素养。如两种版本的教科书都呈现了升国旗的场景、道口转杆开闭的场景,电车行驶、观光梯升降、窗户玻璃开关、电风扇叶片转动、直升机螺旋桨转动等图片,儿童乐园里各种游乐项目(与平移或旋转有关的)、剪纸图案、与对称有关的建筑或生物图片等。通过生活场景再现与生活经验唤醒,儿童能够感受到数学蕴涵在生活之中,数学未与生活割裂;从生活中抽取、概括、建构出数学的概念、法则与规律体系,能够正确、灵活、有创意地解决真实的生活问题,这就是用习得的“专家思维”解决实际问题,即指向形成“真实的”数学核心素养。

(三)构建图形运动认知的三个思维层次,有效促进儿童空间思维、空间能力的发展

2021年7月,第十四届国际数学教育大会(简称ICME-14)在上海成功举办。在ICME-14中,小学几何教与学专题研究组序号为8(简称TSG8)。TSG8研讨梳理了几何教与学的重要趋势,排在其首的是“空间能力的发展是儿童几何学习的主要目标”^[5]。儿童空间能力的发展是一个经验积累的过程,视觉感知、触觉感知、运动技能等都是儿童发展空间思维的重要基础。人教版小学数学教科书对轴对称图形内容的编排分别设置在二年级下册第3单元与四年级下册第7单元,均在单元起始课时。二年级下册的轴对称图形这一课时呈现了儿童乐园的活动场景,树叶、蝴蝶、天安门等生物与建筑的图片,接着进行剪纸活动,通过先对折,再画一画、剪一剪,得出轴对称图形,并认识到折痕就是其对称轴。四年级下册的轴对称图形这一课时首先呈现的是各种标识牌,各国国旗,生活中的图案和建筑图片等,接着设置的两个例题均是在方格纸中进行探究,例1是发现轴对称图形的特征,即对称轴两边的对应点到对称轴的距离是相等的,例2则是依据例1的特征在方格纸上补全轴对称图形。从人教版小学数学教科书关于轴对称图形的编排来看,是充分构建了图形运动认知的三个思维层次,即具象—表象—抽象。具象是对儿童生活场景与活动经验的直观呈现与唤醒,发现生活中充满了对称的形式与存在;表象是在具象的基础上,通过语言表征(你还见到过哪些对称现象)、动作表征(剪出轴对称图形)等不同的表征形式,描述出对对称现象的自我认知;抽象是在前两种思维层次的基础上,剥离非本质属性,剔除生活元素的干

扰,将对称现象表现在方格纸上,研究对称的核心知识(如对称轴两边的对应点到对称轴的距离是相等的),依此解决实际问题,以实现发展空间思维、提升空间能力的目标。

三、两版教科书中“图形的运动”内容编排不同之处

对比苏教版和人教版小学数学教科书,发现两个版本的小学数学教科书在单元设置、编排顺序、编排组合、核心知识出现时机、综合实践活动设置、习题难易程度、数学文化渗透等方面存在一定的差异。

(一)轴对称图形与平移和旋转编排呈现先后顺序、核心知识定义(表征)方式不同

(1)轴对称图形与平移和旋转编排呈现先后顺序不同。人教版小学数学教科书涉及图形运动的单元均命名为“图形的运动”,每个单元中先编排了轴对称图形,再编排平移(或旋转)的认识与运用,且平移编排在四年级下册第7单元(此单元未编排旋转内容),旋转编排在五年级下册第5单元(此单元未单独编排平移内容,只是在最后一课时编排了一次运用平移和旋转拼摆图案的综合实践活动)。而苏教版小学数学教科书涉及图形运动的单元均直接命名为“平移、旋转和轴对称”,每个单元中按标题的顺序依次编排了平移、旋转和轴对称的内容,且每个单元中这三种图形运动形式均有编排。苏教版小学数学教科书的编排顺序和时间跨度相对较适宜,从三年级上册到四年级下册,比较连贯与集中地研究了图形的运动。人教版小学数学教科书时间跨度相对较长(延续四年),二年级下册、四年级下册和五年级下册各设置一个单元。

(2)轴对称图形、对称轴等核心知识定义(表征)方式不同。人教版小学数学教科书在二年级下册第3单元“轴对称图形”这一课时,同时给出了轴对称图形与对称轴这两个概念。“像这样剪出来的图形都是对称的,它们都是轴对称图形。”此为依剪纸操作活动的例子给出了概念,同时在将纸片折一折的过程中出现了折痕,给出了对称轴的示意(并未出现下定义的句子),此时表征对称轴的示范是在折痕处画一条虚线(穿过图形延伸到图形外),待到四年级下册第7单元再次学习轴对称图形时,是在此基础上研究对称轴两边的对应点到对称轴的距离是相等的,以及如何补全轴对称图形。苏教版小学数学教科书给出轴对称图形与对称轴概念是分两次进行的,一次是在三年级上册第6单元,从观察蝴蝶、天坛、飞机等图片并探究其共有特征开始,到把这三个物体画下来,得到平面图形,再进行对折,给出了“对折

后能完全重合的图形是轴对称图形”的结论。另一次是在四年级下册第1单元,在判断长方形、正方形、平行四边形是否是轴对称图形的基础上,引导学生探究将长方形对折,使折痕两边完全重合的多种方法,进而给出“像这样对折,折痕所在的直线叫作轴对称图形的对称轴”的结论。

(二)轴对称图形与平移和旋转延展程度与相匹配的数学文化资源、综合实践活动的占比不同

(1)轴对称图形与平移和旋转的延展程度不同。人教版小学数学教科书在延展补全轴对称图形的另一半时,出现了对称轴倾斜(未与方格纸上的线重合)的情况,这里需要学生对点到直线之间距离的准确理解与操作,方可进一步作图。苏教版小学数学教科书中未出现对称轴倾斜情况,而是安排了画组合图形的对称轴进行延展,需要学生经历对组合图形的分解与重构,并能整合到同一条对称轴上。

(2)轴对称图形与平移和旋转中相匹配的数学文化资源、综合实践活动的占比不同。苏教版小学数学教科书在这部分内容的匹配中一共编排了3个“动手做”活动和1个“你知道吗”(未独立安排综合实践活动课时)。3个“动手做”分别是做风车(体悟旋转)、剪美丽图案(体悟轴对称图形)和玩拼图(综合运用平移和旋转),1个“你知道吗”是介绍生活中对称的图案或对称物体的图片,感受对称在生活中创造的美。人教版小学数学教科书在这部分内容中匹配的资源更为丰富一些,一共编排了2个“生活中的数学”、1个“你知道吗”和2次“综合实践活动”。2个“生活中的数学”分别介绍我国的剪纸和中外建筑(都是为了感悟轴对称图形),1个“你知道吗”是介绍借助平移、对称和旋转设计出的美丽图案(感受由图形的运动创造的美),2次“综合实践活动”分别设置在二年级下册和五年级下册,均独立成为一个课时,第一次是“剪出手拉手的4个小人”,第二次是“借助平移或旋转拼摆七巧板”,这两次综合实践活动都有一定的挑战性,需要在分步骤、把握细节、准确理解图形运动三种形式的特征的基础上,才有可能完成活动。

(三)平移和旋转作图方法的分解方式以及与后续知识学习铺垫程度不同

(1)平移和旋转作图方法的分解方式不同。人教版小学数学教科书对平移和旋转作图方法的分解方式总体上比较简洁,而苏教版的分解方式则比较细致。人教版的以静态化、结果性、填空与问题式的编排来呈现作图方法,而苏教版则强调动态化、过程性、分步骤操作式的编排来呈现作图方法。如对平移

的作图方法可采取两种对比方式,找对应线段或找对应点,苏教版小学数学教科书中是先在例题中呈现数格子的两种方法,为在“试一试”的习题中画出平移后的图形作铺垫;对旋转的作图方法,苏教版小学数学教科书是在例题教学中安排的,结合具体图形分解到每一条边如何作图(分解成三幅图),显得步骤细致、可操作性强。

(2) 平移和旋转与后续知识学习铺垫程度不同。人教版与苏教版小学数学教科书在编排设计平移和旋转学习内容时,均考虑到为后续知识学习的铺垫,但程度有异。人教版小学数学教科书在四年级下册第7单元中单独编排了一道求图形面积的例题,即借助平移方法将不规则图形转化成规则图形求面积,为后续学习多边形面积的推导与计算作出了思想方法的渗透。苏教版小学数学教科书中没有类似的编排,但是其在习题中更多地设计了对平移过程的描述与表达(关注方向与距离这两个要素),为后续学习确定位置作出了铺垫。

四、两版教科书中“图形的运动”内容编排建议

(一) 依儿童认知规律与习惯,理顺轴对称图形与平移和旋转的编排顺序

《新课标》在课程理念部分强调:“数学课程内容选择要符合学生的认知规律,有助于学生理解、掌握数学的基础知识和基本技能,形成数学基本思想,积累数学基本活动经验,发展核心素养……数学课程内容组织,重点是对内容进行结构化整合,探索发展学生核心素养的路径……课程内容呈现要根据学生的年龄特征和认知规律,适当采取螺旋式的方式。”^[6]苏教版小学数学教科书在三、四年级比较集中地编排了“图形的运动”这部分内容,人教版小学数学教科书对“图形的运动”内容编排的学习时间跨度较长。从提供学习资源的丰富程度看,人教版小学数学教科书更为丰富,这与其编排特点有关,即四年级下册第7单元和五年级下册第5单元分别独立编排了平移和旋转,且分别运用综合实践活动的形式设计了“利用平移计算不规则图形的面积”“利用平移和旋转设计图案”这两个实践课时。从儿童图形认知的及时性与连续性看,人教版小学数学教科书更为紧凑与紧密,图形的认知不仅是观察、了解、理解和运用,还需要进一步的想象、转化、表达和创造。如对平移的学习,不仅要在方格纸上按要求准确作图,更重要的是能够灵活选择平移策略解决“真实性”问题。在《新课标》的课程内容设计中,针对在图形与几何领域中贯穿了第二学段、第三学段的“图形的位置与运动”这一主题,教材编写与修订时有必要对图形

的运动相关内容的编排顺序作出合乎两个学段学习时长要求的调整与完善,既要依循儿童图形认知的规律与习惯,也要凸显数学动作技能形成的过程性和阶梯性,更要反映《新课标》渗透在图形与几何领域中的促进儿童数学核心素养发展导向,充分彰显《新课标》的课程理念。

(二) 与后续学习尽可能保持一致,整合部分核心知识定义(表征)方式

如前文所述,两个版本教科书在给出“轴对称图形”与“对称轴”时是有差异的。“像这样剪出来的图形都是对称的,它们都是轴对称图形”(人教版),理解这种定义方式的前提是通过操作活动(折一折、画一画、剪一剪)把握剪出的图形是对称的(即沿折痕对折两边能够完全重合)。“对折后能完全重合的图形是轴对称图形”(苏教版),这种定义方式更加直接、直观,可操作、可验证。另外,对于画对称轴时所用线形,两个版本教科书也有差异。苏教版小学数学教科书选用点画线,人教版小学数学教科书选用圆点虚线,北师大版小学数学教科书选用小短线虚线。其实,每一线形均表示那条折痕所在的直线即可,据了解,在工程制图中“点画线”即表示轴线。因此,建议在小学阶段刚接触对称轴时可与后续作图规范尽量保持一致,选择点画线作为对称轴的线形较为合适。

(三) 遵循情智互生、学以致用原则,匹配适量的数学文化资源与综合实践活动

两个版本小学数学教科书均匹配了一定量的数学文化资源,如对我国传统艺术剪纸的介绍与引用,对七巧板的介绍与活动设计,对各种具有对称性的生物、标识、器物的介绍与探究,对中外著名建筑的介绍等。在综合实践活动的匹配与设计上,人教版小学数学教科书已有针对性的编排,苏教版小学数学教科书可以在尝试调整编排顺序与体系后,增加利用平移或旋转解决实际问题的专项综合实践活动内容。这不仅可以提升儿童数学学习的趣味性,更加重要的是在平移与旋转的实际运用过程中提升儿童空间观察、空间想象、空间思维等视觉、触觉方面的空间观念与空间能力,以直达几何学习的目的地。这种具备适宜性的数学文化资源和主题式综合实践活动,是一种宝贵的富有想象力的课程资源,它可以触发教师的教学想象力,“使得教学内容充满活力,确保教学内容美”^[7]。富有想象力的课程不仅能促进学生对课程内容的理解,而且为课程提供发挥的空间,是一种基于师生合作而生成的“大课程”,它随着教学情境的不同而不同,往往会生成超乎想象的美丽

意外,而这些美丽的意外主要依靠想象产生^[8]。适宜的数学文化资源和综合实践活动将图形的运动形式载入不同的教学情境,为师生合作而生成“大课程”提供可能,进而借助“想象”产生“美丽的教学意外”,此“意外”指向对图形的平移、图形的旋转和轴对称图形产生的数学美的发现、欣赏、创造与设计,这种数学美依赖于富有想象力的课程资源(适宜的数学文化资源和综合实践活动)作为介质。

(四)依儿童几何学习心理规则,整合平移和旋转作图方法的分解方式

杜威以“经验”来统一学科逻辑和心理逻辑,布鲁纳用“结构”来统一学科逻辑和心理逻辑。他们在教学目标这一问题上达成共识的,都关注学习对学生未来真实生活的意义,一致认为要学习的是可迁移的专家思维,而不是会遗忘的专家结论^[9]。两个版本的小学数学教科书都比较注重引导学生经历作图方法的形成过程,即将作图方法渗透于“平移、旋转”等核心概念的建立、“相关特征”的探究、“基本要素”的确立、“思维不同表征”的阶段与形式等过程之中的编写意图是一脉相承的,却也有显著差异。那么,如何在教科书编排中体现“专家思维”而不仅仅是呈现出“专家结论”呢?苏教版小学数学教科书在处理平移和旋转的作图方法时有较好的体现,主要是突出过程性、分解化、关键点、多样性。如对平移作图方法的设计,例题中的编排层次是:通过观察获得平移要素(方向、距离)——通过数方格获得平移差异——通过比较不同对应标识(对应线段或对应点)获得作图技巧(经历“专家思维”的过程),而不是直接在静态的方格纸中告知如何作图(“专家结论”)。分解化体现在平移或旋转作图方法的过程中,借助影视拍摄编辑过程的逐帧技术,在每一个作图步骤中设置停顿(独立呈现作图内容),便于儿童模仿、理解和操作。关键点是在分解化呈现的基础上,突出每个步骤中所要找到并进行操作的关键部分(点或线段),如例题中对怎样画旋转后的直角三角形的每一条边的处理。多样性,既指作图方法的多样探索,也指识图(根据图形的运动来寻找关键要素是如何变化的)过程中的灵活辨析。《新课标》在第三学段的教学提示中特别提出:“图形的运动教学可借助方格纸,引导学生画出简单图形平移、旋转后的图形,以及补全轴对称图形,感受图形变化的特征,动手操作,动脑想象……鼓励学生在欣赏的基础上学会创作设计,可以通过制作数学板报的形式,呈现学生的创作成果,增强应用意识和创新意识。”^[10]从此,教学提示中可以感受到《新课标》对“感受特征—动手

操作—动脑想象”这三个思维层次的图形的运动学习阶段的提炼与关注,而“动脑想象”在教学实践中往往是容易被忽略的。究其原因主要是教师对“动脑想象”在教学中的价值意蕴的漠视或未有察觉,也有教材编排上对“动脑想象”所需要的环节铺垫、过程分解等细节性图文的缺失,因此需要教材编排与修订加以弥补。

参考文献:

- [1][6][10]中华人民共和国教育部.义务教育数学课程标准(2022年版)[S].北京:北京师范大学出版社,2022:30-33,2-3,36.
- [2]宋运明,宋乃庆.义务教育数学教材内容的螺旋式编写特点研究:以轴对称为例[J].西南师范大学学报:自然科学版,2020(10):129-134.
- [3]钟启泉.单元设计:撬动课堂转型的一个支点[J].教育发展研究,2015,35(24):1-5.
- [4]钟启泉.真实性:核心素养的精髓[N].中国教育报,2019-06-20(7).
- [5]许添舒,孔企平.国际小学几何教与学研究趋势:基于ICME-14小学几何教与学专题研究的分析[J].小学数学教师,2021(9):18-21.
- [7]姜艳,李如密.教学想象的审美阐释及提升策略[J].教育科学,2020(1):22-28.
- [8]姜艳,李如密.课程想象力:现实诉求、基本逻辑及路径选择[J].课程·教材·教法,2019,39(2):44-50.
- [9]刘徽.“大概念”视角下的单元整体教学构型:兼论素养导向的课堂变革[J].教育研究,2020,41(6):64-77.

【作者简介】任建波(1976-),男,江苏沭阳人,淮阴师范学院教育科学学院,副教授,硕士,江苏省特级教师(江苏 淮安 223300);梅玲(1976-),女,江苏淮阴人,江苏省淮安市外国语实验小学,高级教师(江苏 淮安 223001)。

【原文出处】《教学与管理》:理论版(太原),2023.5.70~74

【基金项目】该文为2022年江苏省研究生教育教学改革一般课题“大概念视域下小学教育专业硕士教学想象力生长路径研究”(JGKT22_C082);2022年度江苏高校哲学社会科学研究重大项目“大概念的教学意蕴与统摄机制研究”(2022SJZD044);淮阴师范学院2021年课程思政教学改革与研究专项课题“课程思政案例式教学改革研究”(SZJG029)的研究成果。
完成日期:https://www.rdfybk.com/