

# 指向儿童“推理意识”培养的 单元整体教学

朱俊华

**【摘要】**推理意识是儿童数学核心素养之一,主要是指对逻辑推理过程及意义的初步感悟。儿童的推理意识是通过观察、实验、归纳、类比等获得数学猜想,并进一步在寻求证据、给出证明或举出反例的学习中不断发展和积累起来的。单元整体教学强调知识的类比、迁移与结构化,为培养儿童的推理意识提供了优质的“土壤”,有助于学生推理意识向推理能力的进阶。

**【关键词】**推理意识;单元整体;合情推理;演绎推理;核心素养

义务教育课程方案和数学课程标准(2022年版)颁布以来,得到了广大教育工作者的关注和研究,也标志着以核心素养为导向新时代的到来。以核心素养为纲的新课标对教学提出了新问题、新要求和新挑战,这种要求和挑战不是零星的、局部的、简单的、表层的改变与调整,而是要在整个育人方式和课堂教学方式上进行深刻的变革和创新。单元整体教学是时代发展的必然产物,改变了过去依靠单纯记忆和掌握知识点为主要的教学方式,更加注重知识本质的深度理解、知识结构的高度联结、活动经验的灵活迁移,更加注重把学科知识转化为学科素养。

新课标以“三会”简明扼要地提出了数学课程要培养的目标:会用数学的眼光观察现实世界、会用数学的思维思考现实世界、会用数学的语言表达现实世界。数学核心素养具有整体性、一致性和阶段性,在不同阶段会有不同表现,小学阶段具体落实到11个方面,推理意识就是其中之一,是学生必备的基本素养,也是未来不断发展成推理能力的基础。为此,如何培养儿童的推理意识是摆在广大一线教师面前的崭新命题,本文试图对从单元整体教学的视角培养儿童推理意识进行思考与探索。

## 一、“推理意识”的内涵

2022版新课标在原有推理能力的基础上进一步细化为小学阶段的推理意识和初中阶段的推理能力的培养。推理意识主要是指对逻辑推理过程及意义的初步感悟。知道可以从一些事实和命题出发,依据规则推出其他命题或结论;能够通过简单的归纳或类比,猜想或发现一些初步的结论;通过法则运用,体验数学从一般到特殊的论证过程,对自己及他人

的问题解决过程给出合理解释<sup>[1]</sup>。不难看出,推理意识重在初步感悟,是今后推理能力发展的前提和基础。意识主要是儿童基于自身经验的感悟,是他们在判断一个数学命题或结论的真假时,自觉不自觉地使用推理形式的一种心理倾向,这种倾向有别于传统的、严谨的逻辑推理形式,是逻辑推理的初始阶段,是儿童推理能力发展的萌芽,并慢慢发展壮大。

逻辑推理一般分为合情推理和演绎推理。合情推理是从已有事实出发,凭借经验和直觉,通过归纳和类比等推断某些结果。演绎推理则是从已有事实和确定规则出发,按照逻辑推理的法则进行证明和计算<sup>[2]</sup>。我们通常所说的“大胆猜想,小心求证”就很直观地说明了两种推理的形式,在数学学习过程中这两种推理交替使用,相辅相成。对儿童而言,推理意识的培养既要涉及合情推理,也要关乎演绎推理,前者用于探索知识,发现结论,后者用于解释或证明结论。儿童数学学习既要有探究的意识,这是创新思维的基础,是探究许多新知必经之路,同时也要能够通过数学的方法讲道理,养成探究真理、刨根问底的精神,学会理性分析问题和思考问题的习惯。所以,儿童推理意识的培养既包括合情推理意识,也包括演绎推理意识,两者在他们的数学学习过程中都要有所渗透,有所发展。儿童只有形成灵活运用两种推理解决问题的意识,才能不断发展推理能力。

通过分析,不难发现儿童的推理意识有其阶段性和特殊性。儿童推理意识的培养是通过观察、实验、归纳、类比等获得数学猜想,并在进一步寻求证据、给出证明或举出反例的学习中不断发展和积累的,他们能够有意识地并清晰、有条理地表达自己的

思维过程,做到言之有理,循证有据。具有推理意识的儿童应该具备以下三种品质:一是在与别人交流时,能够主动运用数学语言合乎逻辑地进行讨论或提出自己的观点和质疑;二是运用数学思维有逻辑地思考数学问题,搞清楚知识的来龙去脉,探索知识的发生发展过程,自主建构知识,获得数学经验和数学思想;三是能够有结构地表达数学概念,巧妙运用数学符号、思维导图将知识表达清楚。

## 二、单元整体教学培养儿童“推理意识”的现实意义

推理往往涉及对数学学科知识结构的探索,支撑着整个数学的学习和思维的发展,整个小学阶段从低年級的数数、加减法运算,到高年級的面积、体积公式的推导,根据法则和定律解决实际问题、找规律等,无不体现了推理的思想。

单元整体教学是素养导向下的能够引发儿童深度思考的新型教学方式,是发展学生核心素养的重要载体。在单元整体教学中开展逻辑推理,就是以儿童为中心,立足整个数学体系,引导他们学习“讲道理”的数学,不断完善认知结构。儿童在数学知识与学科素养的双重目标指引下,联系新旧知识,进行有逻辑地思考与分析、推理与探究、迁移与应用,更有助于提升推理意识,发展推理能力。

### (一)探究数学知识的必然需要

单元整体教学要求教师站在学科系统的高度审视每一节课和每一个知识点的教学,要培养学生以联系的眼光审视新知,通过已有经验探究并建构新知,获得经验的再生长。数学推理正是通过归纳、类比等发现事物之间的联系和区别,提出新观点,得到新结论,这一点和单元整体教学的要求是一致的。单元整体教学聚焦知识的内在关联,聚焦方法的类比和迁移,显然更有利于学生以逻辑思维探索新知,有利于灵活、敏捷地思考问题,有条理有逻辑地表达问题,有利于推理意识形成和发展。例如学习三角形内角和,学生就是先通过合情推理,通过量不同数量和不同形状的三角形,发现它们的内角和都等于 $180^\circ$ ,再通过演绎推理证明这个结论,两种推理形式在探究新知过程中同时发生作用,学生再把相关探究经验迁移运用到四边形、五边形等多边形的内角和学习中,实现积极主动的迁移运用。

单元整体教学其实就是“学结构”和“用结构”的迁移过程,通过种子课的学习,学生积累了丰富的知识、方法、思想经验,再把这些经验迁移到新的情境中,进行类比推理,探索学习新知识,解决新问题,

积累新经验。

### (二)建构知识体系的实然选择

新课标在课程实施的教学中明确提出了探索大单元教学和单元整体设计:“要重视单元整体教学设计,改变过于注重以课时为单位的教学设计,推进单元整体教学,体现数学知识之间的内在逻辑关系,以及学习内容与核心素养表现的关联。”<sup>[3]</sup>单元整体教学是基于数学知识的逻辑结构,对数学知识进行通盘考虑,融通不同知识之间的关系,将知识点串成知识链,再织成知识网,使知识呈现出整体的、相互关联的样态。

单元整体视角下的逻辑推理是基于儿童的认知基础,将现实情境转化并表述为数学问题(情境维度),小学数学概念、命题、运算法则或假设为前提(内容维度),按照逻辑规则及运算规则得出正确结论(过程维度)的综合体现<sup>[4]</sup>。推理是数学严谨性的基本保证,是得到新数学结论、建构新数学体系的重要途径,这不仅是数学学习的目标,更是数学学习和数学理解的方法,是学生开展数学思维活动的核心。小学生处于推理意识起始和萌芽阶段,必须立足每一节课、每个单元的学习,将推理渗透在日常的数学学习之中,让推理成为学生探究知识的基本方法。例如学生在学习整十数乘一位数时,他们凭自己的直觉能够算出 $20 \times 3 = 60$ ,但是要搞清楚为什么,就需要联系以往的学习经验进行说理。学生之前已经学习了连加和表内乘法计算,并且根据乘法的意义知道 $20 \times 3$ 就是3个20相加,因为 $20 + 20 + 20 = 60$ ,所以20乘3也等于60。同时根据数的组成 $20 \times 3$ 就是2个10乘3得6个10,6个10就是60。学生在推理过程中建立了连加、表内乘法、数的组成和整十数乘一位数的联系,为顺利开展新知的探究提供保障。

### (三)落实核心素养的应然追求

推理意识是数学核心素养的具体表现之一,并且在学生的数学学习过程中有着十分重要地位。因为推理素养不仅仅是学生的数学素养,也是他们综合素养中极其重要的组成部分,影响到他们今后的整个学习、发展和成长。推理是学生逻辑思维的直接体现,是学生将感观获得的信息抽象成概念,并对此进行判断、推理而产生新知识的理性过程<sup>[5]</sup>。学生推理的过程就是数学思考的过程,单元整体教学是基于学生已有经验,通过知识之间的关联,并灵活迁移运用旧知建构新知的过程。学生对知识的深层次理解是建立在有共同要素知识的结构之上的,是基于数学现象背后的内在因果,寻找知识的生长逻辑,学

习有活性的知识,实现素养的发展.例如学生学习找规律时,通过创设生活情境,先后经历观察现象、发现规律、创造规律、探索数量关系、迁移运用规律的学习历程,学生在观察并表达规律时,教师可以提供必要的表达模型和支架,如“( )和( )一一间隔排列,因为首尾物体相同,所以当小兔有( )个时,蘑菇有( )个”.这样的表达模型体现了逻辑推理的基本结构,展现了前提与结论的逻辑关系,学生经常如此表达,不仅能够把数学的道理讲清晰,还能不断发展他们的理性精神.

推理素养是学生必备的基本素养,因为通过逻辑推理,能帮助学生以原有的知识经验为基础,认识和把握客观事物的本质和发展规律,在获得知识的过程中实现素养的提升,所以重视推理意识的培养就是重视创新人才的培养.

### 三、单元整体教学培养儿童“推理意识”的实践策略

推理是数学的基本思维方式,是学生数学核心素养的重要组成部分.学生的数学学习离不开推理,培养学生的推理意识是一个长期的过程,需要落实到每一个知识的学习中去,单元整体教学为学生的推理意识形成提供了优质的“土壤”,有助于学生推理意识的发展.新课标提出的单元整体教学就是要整体分析数学的学科本质和学生的认知规律,合理整合相关教学内容,分析主题—单元—课时的数学知识以及核心素养的主要表现,确定单元教学目标,落实到各个教学环节,整体设计,分步实施,促进学生对本单元数学教学内容的整体理解与把握,逐步培养学生的核心素养<sup>[6]</sup>.

#### (一)在知识整体理解中萌发推理意识

理解性学习已逐渐成为教育界普遍关注的话题,儿童的数学学习同样是建立在理解之上.如何能够抓住数学知识的本质,在知识的多重对比和相互关联中讲清楚数学的道理,在建构整体性知识的过程中理解知识的本质已成为当下数学教学的重要任务.任何推理都是由推理内容和推理形式两方面构成的,脱离具体内容的推理是不存在的.因此,加强数学知识的理解是保证推理活动顺利开展的基础,是培养推理意识的重要前提.

在教学苏教版五年级“异分母分数加减法”这一部分内容时,教师就可以整合相关知识,引导学生进行推理探究.学习这节课学生最大的疑问是“为什么要将异分母分数化成同分母分数再相加减?”为了便于理解,教师可以先从整数和小数加减法入手引导

学生思考和讨论,计算整数加减法是把加数的末尾对齐,而小数加减法则是将小数点对齐,看似不同实则一致,因为它们都是将两个加数的相同数位对齐,也就是把计数单位相同的数相加减.有了整数和小数加减法的经验,学生就能利用这些经验进行说理活动,通过分数的基本性质把异分母分数化成同分母分数也是统一计数单位(分数单位),让相同计数单位的分数相加减.再经过演绎推理推演异分母分数加减法的算理和算法,发现分数加减法其实和整数、小数加减法一样,都是相同计数单位相加减.

以上教学过程说明了一个道理,任何计算算理的推演既可以通过一个个算式归纳得到,也可以通过其他知识演绎推理得到<sup>[7]</sup>.而经历这样的探究就是让学生知其然更知其所以然,实现知识的整体理解,也有助于掌握算法理解算理,培养推理意识.

#### (二)在知识整体建构中渗透推理意识

建构主义提出,儿童的数学学习就是知识不断建构的过程.而推理在知识建构中起着十分重要的作用,因为许多数学知识都需要学生以合情推理去探索、去发现,再通过演绎推理论证、总结,两种推理形式在知识建构中相得益彰.所以,学生建构知识的过程其实就是从简单到复杂、从特殊到一般、从已知到未知的推理过程.

在教学苏教版五年级“等式的性质”这一部分内容时,教师就可以通过不同的推理形式帮助学生建构新知.等式对于学生来说既熟悉也陌生,他们始终认为等式是用来表示运算结果的,很难理解等式表示等量关系的意义,这给等式的性质学习带来许多困难.教学时,教师可以引导学生经历如下过程:第一,观察与猜想.学生首先观察几幅天平平衡的图片,发现在天平两边增加相同的砝码,天平仍然平衡,进而由天平保持平衡的过程联想到在等式两边同时加上或减去一个相同的数,所得结果仍然是等式.第二,举例与验证.要想验证自己的猜想,最好的办法就是举大量的例子,每位同学可以尝试在本子上写几道这样的算式,验证自己的想法.第三,直观与论证.在举例验证的基础上,还可以通过图示的方法进行证明,比如画两条相同长度的线段,再同时增加或减少线段的长度,看看它们是不是始终一样长.

单元整体教学下的数学推理不仅仅为了得到推理的结论,更需要让学生明晰获得结论的推理程序,形成实事求是、科学严谨的学习态度.因此,学生获得的知识、结论并不是教学的最终目的,教师还需要组织学生对推理过程进行回顾与反思,总结推理经验,培养

推理意识。

### (三) 在知识整体类比中发展推理意识

类比推理是合情推理的一种重要形式,是根据两类或两类以上对象的部分相同属性,推想出它们其他属性也相同的推理,类比推理在数学学习中有着广泛的应用。著名数学教育家波利亚所指出:“类比推理是提出新命题、获得新发现的取之不竭的源泉。在一切发现中,类比推理的作用最大。”学生将学习经验迁移到新的情境中,类比学习新知、探索新的概念、解决新的问题,完全符合单元整体教学的要求。

在教学苏教版五年级“多边形的面积”这一部分内容时,教师就可以立足整个单元,引导学生充分利用类比推理进行学习。如平行四边形的面积,知识增长点体现在从“数方格”转移到“面积公式”。教师要抓住这一转化的契机,引导学生合乎逻辑推理。学生经过动手实践,把平行四边形通过剪、移、拼转化为长方形,再根据变化前后平行四边形底和高与长方形长和宽的关系,推导出平行四边形的公式。学生再把推理的过程用自己的语言表达出来:“因为变化前后总面积不变,长方形的长就是平行四边形的底,长方形的宽就是平行四边形的高,长方形的面积等于长乘宽,那么平行四边形面积等于底乘高。”这样的学习过程为学生接下来开展三角形、梯形、圆的面积推理提供了思维路径,不仅在推导思路上进行类比,而且在推导方法、推导策略上也可以进行迁移,进而提升学生的推理意识。

学生经历平行四边形面积公式的推导以后,需及时通过表达、回顾和总结积累推理的经验,感受知识之间存在的普遍联系,提高学生的迁移意识和应用意识。当他们再学习新图形面积公式时,首先想到将其转化成学过的图形,再根据转化前后图形的联系进行推理,得到新图形的面积公式,从而对如何测量与计算图形的面积形成整体性的认识与理解。

### (四) 在知识整体迁移中深化推理意识

迁移是指基于儿童原有经验系统中的某些构成要素或成分,建立新旧知识之间的关系,把获得的知识、方法、思想等经验运用到新知识的学习中,实现新知的探究与建构。有观点表明学习的本质就是迁移,作为一种思维方式贯穿于数学学习活动的全过程,学生在学习中要善于通过归纳、类比等推理方法发现事物之间的联系与区别,探究新知识,发现联系点,感受一致性。

在教学苏教版六年级“比的基本性质”这一部分

内容时,教师就可以迁移学生的经验,进行推理学习。从单元整体视角分析,“比的基本性质”和之前学习的“商不变的规律”“小数的性质”“分数的基本性质”属于同一类知识,课始教师可以组织学生复习之前学习的内容,尤其是回顾这些知识的推理过程,再引导学生大胆猜想什么是比的基本性质?学生从“除法算式、分数、小数和比”之间的关联来进行演绎推理论证,把以前的学习经验迁移到新知的学习中来,这样不仅能深刻理解了比的基本性质,还勾连了比的基本性质与其他知识之间的关系,建立了知识的整体网络,深化了推理的意识。

学生在使用推理开展数学知识学习过程中,不仅能感受到知识之间的联系,达到关系性理解的目的,还可以提升迁移的能力,把在“一个知识”学习中积累的经验迁移到“一类知识”的学习中去,充分利用数学的关联性和严谨性开展相关探究,获得知识经验。

总之,儿童的数学学习最终的目的是促进素养的全面发展,小学数学单元整体教学从根本上改变当下课堂教学的现状,实现课堂教学的转型,力求从知识结构和儿童认知结构两个层面出发,整体建构教与学的活动,以极具有整体性、关联性和发展性的教学让儿童的核心素养发展落地生根,并枝繁叶茂。

### 参考文献:

- [1][3][6]中华人民共和国教育部.义务教育数学课程标准(2022年版)[S].北京:北京师范大学出版社,2022.
- [2]曹培英.跨越断层,走出误区:“数学课程标准”核心词的解读与实践研究[M].上海:上海教育出版社,2017.
- [4][5]易亚利,宋乃庆,胡源艳.小学生数学逻辑推理素养:内涵价值表现形式[J].数学教育学报,2022,31(4):28-31.
- [7]巩子坤,史宁中,张丹.义务教育数学课程标准修订的新视角:数的概念与运算的一致性[J].课程·教材·教法,2022(6):45-51.

【作者简介】朱俊华,太仓市实验小学(江苏 太仓 215400)。

【原文出处】《中小学教师培训》(长春),2023,5:44~47

【基金项目】江苏省中小学教学研究第十三期重点自筹课题“小学数学单元整体教学的实践研究”(项目编号:2019JK13-ZB60);江苏高校哲学社会科学重大项目“大概念的教学意蕴与统摄机制研究”(项目编号:2022SJZD044)。