

【学科视点】

发展学生数学核心素养的一个教学模式建构

喻 平

【摘要】课程标准没有回答如何通过知识的教学来培养学生的核心素养的问题. 文章对知识教学进行了审视, 并提出了一个通过知识学习到发展学生核心素养的转换机制模型. 根据此模型, 提出发展学生数学核心素养的一种教学模式. 这个教学模式简称为“建构—迁移—创新”三环节教学模式, 简称 CTI 模式.

【关键词】数学核心素养; 发展学生核心素养; 教学模式; CTI 模式

从以知识为重的教学目标转向知识与素养并重的教学目标, 教学的基本样态和评价的内容形式必然发生转变, 这是一个基本事实. 那么, 如何实现教学与评价的转变? 《普通高中数学课程标准(2017年版)》和《义务教育数学课程标准(2022年版)》两份标准中都有相应的教学建议, 前者提出: 教学目标的制定要突出数学学科核心素养; 情境创设和问题设计要有利于发展数学学科核心素养; 整体把握教学内容, 促进数学学科核心素养连续性、阶段性发展; 既要重视教, 更要重视学, 促进学生学会学习; 重视信息技术运用, 实现信息技术与数学课程的深度融合.^[1] 后者提出: 教学目标要体现核心素养主要表现; 整体把握教学内容; 选择能引发学生思考的教学方式; 进一步加强综合与实践; 注重信息技术与数学教学的融合.^[2] 可以看到, 这些教学建议均是宏观层面的论述, 更像是教学原则, 与具体的教学操作还有一定距离. 更主要的是, 课程标准并没有回答如何通过知识的教学来培养学生的核心素养的问题. 事实上, 这不仅是一个理论问题, 更是一个与教学实践密切相关的操作性层面的问题.

一、对知识教学的审视

长期以来, 教学都被理解为是知识的教学. 行为主义把学习解释为刺激与反应的联结, 刺激的材料是知识, 反应的主体是学生; 认知主义强调学习就是学习者认知结构不断完善的过程, 而认知结构是知识的内化形成的; 建构主义提出的建构思想, 本质上是学习者对知识的建构. 同样, 学习评价也是围绕对知识的学习结果展开的, 检测针对知识的理解 and 应用知识解决问题的情况, 应用知识解决问题主要囿于学科内部范畴. 与这种传统的或者说固有的教学理念所对应的教学模式如图 1.

知识学习为目标形成的教学模式是历史的产物,

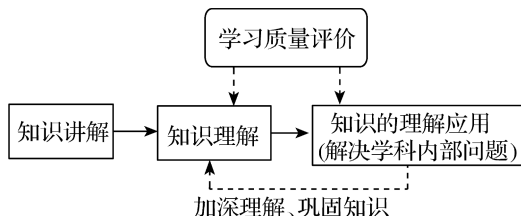


图 1 知识学习为目标的教学模式

具有强烈的时代特性, 特别是工业革命之后的社会发展, 需要培养有知识的社会公民, 教育目的不仅要满足社会对人才专业化的需求, 还需要对人类知识进行传承和发扬, 因而这种带有鲜明历史背景的教学模式其合理性无可厚非. 但是, 也正是由于社会的进步, 进入信息化时代的社会对现代公民的素养有了新的要求, 除了“学会知识”还要“会学知识”, 显然, 在这个新规则下传统的人才培养模式捉襟见肘. 于 2017 年和 2022 年相继颁布的课程方案, 把知识教学目标拓展到发展学生核心素养, 昭示新教学进入日常教学的行动拉开帷幕.

与新的教学目标对照, 图 1 的表达明显缺少一些环节, 或者说, 要实现培养学生知识理解和素养发展的双重目标, 图 1 的教学模式并不能胜任, 因为它只是单一指向知识学习的线性结构. 如果说它也有素养培养功能, 那么也只是涉及素养发展的低级水平, 而对高水平的素养培养是无能为力的. 从知识学习到素养发展, 它的中间转换机制是什么, 这是需要探究的问题.

二、从知识理解到素养提升的学习转化机制

我们提出一个通过知识学习到发展学生核心素养的转换机制模型(下页图 2).

与图 1 比较, 可以看到图 2 在原来的线性模式基础上主要增加了三个环节, 即知识探究与建构、知识的迁移应用、知识的创新应用, 并将“教师讲授”改

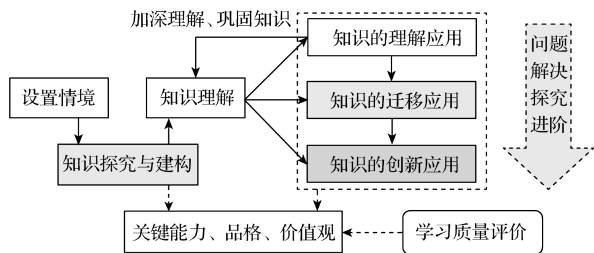


图2 从知识理解到素养发展的内在结构

为“设置情境”.学生通过这三个阶段的学习,可以经历问题解决的路径达到学习进阶的目的,学习质量的评价直接指向核心素养,即关键能力、必备品格和正确价值观.这三个环节的介入,能够比较准确地解释从知识学习到素养发展的内在转换机制.

(一) 知识探究与建构

在《教育部关于全面深化课程改革,落实立德树人根本任务的意见》中,明确界定了核心素养,即学生应具备的适应终身发展和社会发展需要的必备品格和关键能力.后来课程方案颁发后,增加了“正确价值观”,于是,核心素养包括必备品格、正确价值观和关键能力三个基本成分.林崇德先生团队把中国学生发展核心素养界定为3个一级指标,6个二级指标,18个三级指标,是对核心素养的一种细化描述.^[3]

知识探究与建构,指学生学习知识的过程不完全是一种被动接受,而是在适当的情境中,学习者依据自己已有知识和学习经验去认识和建构新知识,活动的过程是探究,建构的过程既可以是个体利用新旧知识之间相互作用产生的同化效应来获取新知识,也可以是以个体之间相互交流、协商、讨论的方式来获取新知识.在数学学习中,知识探究与建构与数学抽象、逻辑推理、直观想象等数学核心素养是紧密依存关系,它们之间不能相互剥离.探究的过程,需要学习者用数学的眼光观察事物,用数学的思维分析事物;建构的过程,需要学习者用数学的语言表达事物,因而数学核心素养伴随知识的探究与建构滋生、发展与成长,使数学抽象能力、逻辑推理能力、直观想象能力的培养常态化.知识探究与建构的教学本质是把知识发生发展的过程与知识最终的结果放到同等重要的位置,在“过程”中探究,在“过程”到“结果”的转化中建构知识,同时又加固了学习者对知识结果的理解,这是素养生成和发展的关键环节.

(二) 知识的迁移应用

知识的迁移应用,指学生能够将一个学科的知识或方法迁移到其他情境中去解决问题,包括现实生活情境中的问题和其他学科领域的问题,当然,也包括知识在数学学科内部的迁移,即用一个知识结构中的知识或方法解决另一个知识结构中的

问题.

在知识的理解应用阶段,主要是解决数学学科内部的问题,涉及的数学核心素养要素主要是逻辑推理、直观想象和数学运算.知识的迁移应用,拓宽了知识应用的边界,不仅要在数学学科内部跨结构迁移应用(比如代数结构与几何结构之间的知识应用迁移),更重要的是要将数学知识用于解决其他学科或者解决现实生活中的问题,解题者需要拥有其他学科知识,拥有丰富的现实生活经验,同时具备去情境化抽象数学本质的能力,与数学抽象、数学建模、数据分析等数学核心素养要素密切相关.对一个现实问题或科学问题建构的数学模型往往不是唯一的,可能存在多种数学模型,这就需要解题者调动自己认知结构中各种数学知识作协调分析,选择最优模型.同样,对数据的分析其统计工具和方法也可能不是单一的,需要解题者理性分析和准确决策,调动恰当的知识来解决问题.这些情形都是典型的知识迁移应用,换言之,通过知识的迁移应用,可以有效地发展学生的数学建模能力、数据分析能力以及数学抽象能力.

知识的迁移应用,本身也是探究与建构知识的过程.张建伟认为,通过问题解决来学习,基于问题解决来建构知识,这是各种探索性学习活动的重要特征.^[4]

(三) 知识的创新应用

知识的创新应用,包括解决学科内或学科外的开放性、探究性等结构不良问题;提出问题并采用证实或证伪的方式探索出一些新的概念和结论,形成新知识;用独特的方法创造性地解决问题;创作一些富有新意的作品.

结构不良知识领域有两个特征:(1)知识应用的每一个例子或案例通常涉及多个用途广的概念结构(多种图式、观点、组织原则等)的同时交互作用,每一个概念结构本身又是复杂的.(2)在名义上同类案例之间,概念应用和交互作用的方式有着实质的不同.^[5]他们进一步强调,涉及将知识应用到不受限制的、自然发生的情境(或案例)中的所有领域,都有着实质性的结构不良特点.^[5]照此理解,结构不良问题包括需要多种规则介入解答的综合性问题、知识迁移应用问题.其实,结构不良问题还应当包括问题的结构是残缺的,如条件不充分、条件冗余、结论不确定、结论不唯一等开放性问题.显然,解决结构不良问题与应用意识、创新意识、实践能力等数学核心素养的表现直接相关.同时,创新的本质是知识的创生,或者说创新源于知识的创生,只是囿于教科书中限定的知识而不去探究知识生长的来龙去脉,学生的思维会受到限制.把提出问题与解决问题放到同等重要的位置,能充分拓展学生的思维空间,让发散性思维伴随探究知识的生长而成长,使基于知识学

习的核心素养发展得以实现。

三、指向发展数学核心素养的 CTI 教学模式建构

依据上述分析,我们提出发展学生数学核心素养的一种教学模式(如图3)。

这个教学模式简称为“建构—迁移—创新”三环节教学模式。建构:construct,迁移:transfer,创新:innovate,因此可以简称 CTI 模式。

(一) CTI 模式的理论基础

CTI 模式的理论基础主要是建构主义理论和成功智力理论,当然也涉及情境认知理论。下面仅对前面两个理论基础作分析。

建构主义理论。建构主义的基本要义是:(1)知识的建构性。不把知识看作是有关绝对现实的知识,而是个人对知识的建构,是个人创造有关世界的意义而不是发现源于现实的意义。建构通过新旧知识的相互作用来实现,认知的功能是适应。(2)知识的社会性。除了个体对知识的建构外,知识的建构离不开共同体,知识建构更多的是共同体协商、互动、交流的结果。(3)知识的情境性。人的思维不能脱离情境,只有在适当的情境和实践共同体中,知识的建构才能达成。(4)知识的复杂性。知识是复杂的,其复杂性表现为结构的开放性、不良性、建构性、协商性和情境性。(5)知识的默会性。知识由明确知识和默会知识构成,两者共同形成知识完整的统一体。^[5]

在 CTI 模式中,“知识的探究与建构”环节,表现出的是“知识的建构性”和“知识的社会性”,学习的认知就是知识的建构过程;“创设情境”环节体现了“知识的情境性”,情境创设的目的在于协助知识的建构;“知识的迁移应用”和“知识的创新应用”两个环节正是应对复杂性知识的学习,体现出“知识的复杂性”。可见,CTI 教学模式稳固地建立在建构主义理论基础之上。

成功智力理论。斯腾伯格(Sternberg)在其三元智力理论的基础上进一步提出成功智力理论,成功智力由分析性智力、创造性智力、实践性智力三个要素构成。^[6]分析性智力是个体进行分析、评价、比较或对比时所需要的能力;创造性智力是个体进行创

造、发明或发现时所需要的能力;实践性智力是个体进行实践、运用或使用他所学习的知识时所需要的能力。斯腾伯格认为,分析性智力、创造性智力和实践性智力是成功智力彼此相互联系三个关键所在。分析性智力用来解决问题和判定思维成果的质量,创造性智力可以帮助我们从一开始就形成好的问题和想法,实践性智力则可将思想及其分析结果以一种行之有效的方法来加以实施。成功智力是一个有机的整体,只有在分析、创造和实践能力三方面协调、平衡时才最为有效。解决结构不良问题需要非常规的、直觉性和推测性的启发式策略,而启发式策略的获得以及对问题解决过程中心理定势和功能固着的克服,都需要成功智力的另两个要素的参与才能达成。也就是说,从问题解决角度看,传统智力面对的是解决结构良好问题,创造性智力与实践性智力针对的是解决结构不良问题,而且,解决结构不良问题需要分析性智力、创造性智力与实践性智力三者的同时介入、协调作用。这个过程可以用图4表示。^[6]

CTI 模式的三个知识应用环节,既包含解决结构良好问题也包含解决结构不良问题,并不否认传统智力理论。在“知识的理解应用”阶段,主要解决结构良好问题,其理论基础更偏重传统智力理论,但也有成功智力理论的“分析性智力”介入;在“知识的迁移应用”和“知识的创新应用”两个阶段,面对的既有结构良好问题也有结构不良问题,知识的迁移应用必须有“实践性智力”的投入,知识的创新应用又表现出“创造性智力”的秉性。CTI 教学模式的追求与成功智力理论的规约完全契合。



图4 不同智力在解决问题中的角色

(二) CTI 模式的教学目标

由前面的分析可以看到,学生通过 CTI 模式的知识探究与建构、知识的迁移应用、知识的创新应用三个环节,可以在知识学习过程中滋生和发展自我的素养,因此该模式的教学目标直接定位于发展学

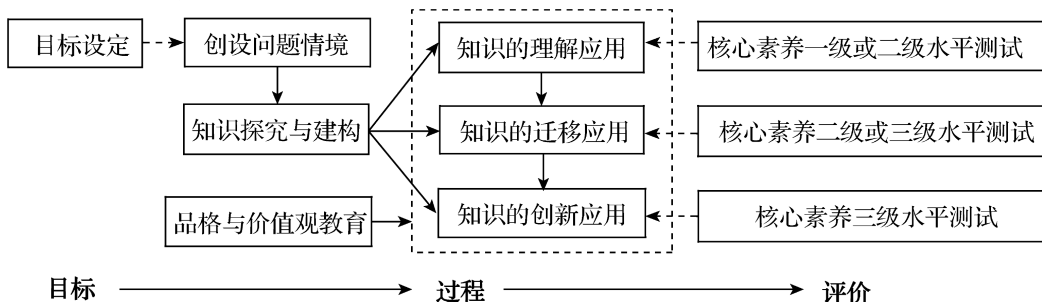


图3 指向数学核心素养的 CTI 教学模式

生的数学核心素养。

教学目标的设计,首先,要考虑与本节课或本单元内容直接关联的数学核心素养表现有哪些,各种表现达到什么水平。《普通高中数学课程标准(2017年版)》对6个数学核心素养有清晰的三级水平划分,教学目标设计时参照执行。《义务教育数学课程标准(2022年版)》没有对核心素养表现作水平划分,为了保证教师设计教学目标、作业设计以及考试命题的精准性,我们对义务教育阶段的数学核心素养表现作了三级水平划分,^[7]可以作为教学目标设计的一个参照。其次,要结合教学内容,对本节课或本单元涉及的基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验即“四基”所要达到的要求作出具体描述。再次,拟定本节课或本单元要引导学生发现和提出什么问题,用什么方法分析和解决问题,将“四能”内容具体化。最后,思考并提炼本节课或本单元要渗透的品格和价值观教育元素,设计如何落实的策略。

(三)CTI模式的教学程序

(1)设计问题情境。情境包括现实社会生活情境、其他学科知识情境、数学学科问题情境。问题情境设计是一种“先行组织者”,它有助于学生对知识的认知、同化和理解。情境设计一般应考虑满足几个基本要求。问题性:情境中必须包含数学问题,即数学概念、数学命题、数学模型、数学结构、数学思想等;真实性:对于现实社会生活问题,尽量追求真实而非人为构造;情节性:对于低年级学生学习的现实情境设计,最好插入故事情节,以激发学生的学习兴趣;教育性:情境设计可以考虑把品格与价值观教育的元素渗透其中。

(2)知识的探究与建构。依据教学目标和教学内容设计知识探究的场景,搭建知识建构的“脚手架”。探究过程不仅包括对新知识获取的探究,更多的情形是命题的证明和知识应用中对解题思路及方法的探究。知识的探究与建构环节,宜用概念形成方式进行教学,即通过从特殊到一般的思维方式获取概念,但并不完全排斥概念同化方式学习概念。概念同化是先告诉学生概念的定义,再用概念的例子加以说明,这种从一般到特殊的学习形式,也是一种“弱建构”过程,学生要理解新的概念,必须调动自己认知结构的相关知识与新信息相互作用,在旧知识同化新知识相互作用中建构知识。

(3)知识的理解应用。这个环节与传统的教学形态如出一辙,在对新知识有初步认识的基础上,教师用样例说明知识的应用,学生通过基本的练习来理解和巩固知识。知识的理解应用,主要聚焦“四基”的培养,即理解基础知识、掌握基本技能、体悟数学思想方法、积累数学活动经验,发展学生的数学抽象(抽象能力)、逻辑推理(推理能力)、数学运算(运算

能力)、直观想象(空间观念和几何直观)等数学核心素养,同时渗透品格和价值观教育。

(4)知识的迁移应用。知识的迁移应用是在知识的理解应用基础上的第一次进阶,将学到的新知识用于解决学科内和学科外问题的能力。知识的迁移应用,主要聚焦“四能”的培养,培养学生发现问题、提出问题、分析问题、解决问题的能力,在此基础上提升学生数学建模(模型观念)、数据分析(数据观念)、应用意识等数学核心素养水平,同时在教学中也渗透品格和价值观教育。

(5)知识的创新应用。知识的创新应用是在知识的理解应用基础上的第二次进阶,教学以学生提出更深层次问题和解决结构不良问题为主要任务,核心素养指向是创新意识和实践能力的培养。

需要说明几点:其一,上述五个步骤是由浅入深的教学程序,一般不应改变其顺序,没有前面的学习积淀,后面的步骤将无法推进。其二,知识的探究与建构在教学中前面环节,主要是针对新知识学习的考虑,但事实上在后面知识的三种应用中,也有知识的建构成分,即在问题解决中的知识建构。其三,整个五步教学程序可能在一节课中不能完成,这是正常现象,例如采用CTI模式作单元教学设计,那么五步教学程序可能会在一个单元的教学中完成。

(四)CTI模式的教学策略

关于CTI模式的教学策略,由于涉及面广,我们将另外撰文论述,这里不作讨论。

(五)CTI模式的学习评价

CTI模式学习评价是过程性评价与终结性评价的结合,分别在教学过程中和教学结束后进行。评价围绕教学目标设计,保持评价与目标的一致性。

CTI模式学习评价分为三个阶段。其一,知识的理解应用阶段。这个阶段的作业设计以基础性作业类型为主要形式,即以考查基础知识掌握与基本技能形成的题型为主,同时适当加入数学阅读和数学写作的作业形式。题目设计定位于考查数学核心素养的1级或2级水平。其二,知识的迁移应用阶段。这个阶段的作业设计以综合类作业为主要形式,需要用到多个概念、多种规则解决的复杂性问题,解决包括现实情境和科学情境的问题,解决数学学科内部不同结构之间的迁移问题,也可适当添加数学写作类作业。题目设计定位于考查数学核心素养的2级或3级水平。其三,知识的创新应用阶段。这个阶段的作业设计以探究类作业为主要形式,包括条件不充分、条件冗余、结论不唯一的开放性问题,对命题进行变式或推广的问题,提出猜想并需要证伪或证实的问题,复杂情境的数学建模问题等。题目设计定位于考查数学核心素养的3级水平。

(下转第31页)

有限公司设计小程序的活动,让学生分小组进行探究,探究过程涉及实地测量,统计等工作,培养学生的动手操作能力和合作意识,在活动中建立劳动意识和提升劳动能力。

(四)体育视角下《阅读与思考》栏目的再分析

体育要坚持“健康第一”的教育理念,帮助学生在体育锻炼中享受乐趣、增强体质、健全人格、锤炼意志,引导学生养成健康生活的方式,形成积极向上的健全人格,实现以体育智、以体育心。在数学中体育教育主要表现为帮助学生树立体育意识和健康意识,培养其意志力,通过数学知识的学习,学生能掌握利于健康成长的知识,并将数学知识有效地应用到体育领域。《集合中元素的个数》创设“学校举办运动会”这一真实情境,引入集合的相关内容,渗透了体育教育,有意识地引导学生了解相关体育知识,积极参加体育活动,锻炼身体素质。教师在教学中可以扩充蕴含体育教育的数学素材,比如,用排列与组合知识计算比赛的次数,用概率相关知识预估比赛结果,用函数知识预算比赛支出等。数学与体育学科性质不同,二者之间的联系并非显而易见,教师要深入挖掘数学中的体育资源,培养学生的体育素养。

(上接第6页)

显然,在学习评价环节,教师要做的的主要工作是作业设计。一般来说,作业的主要来源是教科书的练习、习题和复习题。那么教师在作业设计中要做什么事情呢?文[8]专门讨论了指向数学核心素养的作业设计,可以作为数学作业的参考材料。第一,需要用基础类、综合类、探究类、实践类的作业分类方式对教材中各章节的习题进行分析,厘清各章节题目的类型,每道题目涉及考查的数学核心素养要素有哪些,考查数学核心素养的几级水平。这项工作可以用列表的方法进行。第二,通过对表中数据的分析,考察章节习题的合理性,合理性指标为考查的核心素养分布合理,核心素养的水平分布合理。如果表中的数据显示不合理(例如某些核心素养缺失,或核心素养的水平分布偏差太大),就要对其进行适当删除或添加题目。第三,阶段考试、期中考试或期末考试题目的编制,与作业设计的思路相同,要保证试题的科学性和实操性。

参考文献:

[1]中华人民共和国教育部.普通高中数学课程标准

总之,随着课程改革的深入,重视学生的全面发展是必然的教育取向。《阅读与思考》栏目蕴含着丰富的德育、美育、劳育、体育的内涵,重视并开发五育并举的教学资源和教学路径有着非常重要的意义,值得广大教师去思考和探索。

参考文献:

[1]中华人民共和国教育部.普通高中数学课程标准(2017年版)[S].北京:人民教育出版社,2018.

[2]严必友.挖掘数学文化,践行学科育人[J].数学通报,2019,58(11):19-22.

[3]王德炎,谢令.立德树人背景下高校从“思政课程”走向“课程思政”的思考[J].绵阳师范学院学报,2019(12):11-15,21.

[4]赵博.数学美与中学数学教学[D].武汉:华中师范大学,2004.

【作者简介】何津晶、王佳,北京第二外国语学院附属中学。

【原文出处】《中学数学教学参考》(西安),2024.1上.7~10

(2017年版)[S].北京:人民教育出版社,2018:81-83.

[2]中华人民共和国教育部.义务教育数学课程标准(2022年版)[S].北京:北京师范大学出版社,2022:84-89.

[3]林崇德.中国学生核心素养研究[J].心理与行为研究,2017(2):145-154.

[4]张建伟.基于问题解决的知识建构[J].教育研究,2000(10):58-62.

[5]莱斯利·P.斯特弗,杰里·盖尔.教育中的建构主义[M].高文,徐斌艳,等,译.上海:华东师范大学出版社,2002:70.

[6]林珑,喻平.斯滕伯格成功智力理论对中学数学教学的启示[J].教育研究与评论(中学教育教学版),2023(3):20-26.

[7]喻平.《义务教育数学课程标准(2022年版)》学业质量解读及教学思考[J].课程·教材·教法,2023(1):123-130.

[8]喻平.指向核心素养的数学作业设计[J].数学通报,2022(5):1-7,12.

【作者简介】喻平,南京师范大学数学科学学院(210023)。

【原文出处】摘自《数学通报》(京),2023.9.1~6,11

【基金项目】江苏省教育科学“十四五”规划2021年度重大课题:学科育人视角下“新教学”体系构建研究(课题批准号:A/2021/07)。