

【学生培养】

初中生高阶思维培养的教学实践与思考

肖 亮

【摘要】培养初中生的数学思维能力,尤其是高阶思维能力,是数学教学的重要目标,也是培育学生数学核心素养的重要任务和有效途径。在教学中,引领学生厘清知识生长脉络,形成系统化、结构化思维方式,以“问题驱动激发高阶思维动机,知识关联搭建高阶思维结构,深度学习助推高阶思维生长”,能有效提高学生创新思维能力。

【关键词】高阶思维;元认知;实践思考

一、问题的提出

思维能力的培养是数学课堂教学的核心指向。当前初中数学课堂教学中还存在情境创设浅单一,不能有效激发思维动机;知识呈现孤立、零碎状,无法形成系统性、结构性思维认知;偏重结论、大量练习,缺少有意识培养学生创新思维能力的过程;轻视对思维过程的监督、管理和调节等现象。这些问题会造成学生思维薄弱,创造力不足,久而久之,导致他们的数学思维水平停滞在浅表、无序、低阶状态。关注学生高阶思维能力的培养,既是数学教育的内在要求,也是创新型人才培养的迫切需要。

二、高阶思维的理解

安德森在2001年对布鲁姆的教育目标分类进行了修订,新的教育目标分类包含了记忆、理解、应用、分析、评价和创造六个类别^[1]。其中分析、评价、创造属于高阶思维。高阶思维是高阶能力的核心,主要指创新能力、问题求解能力、决策力和批判性思维能力。高阶思维能力集中体现了新时期对人才素质提出的新要求,是适应时代发展的关键能力。下面笔者以苏科版教材八年级下册第十二章第1节“二次根式”第1课时的教学为例,阐明如何聚焦学生高阶思维能力的培养。

三、教学实践

教学活动是师生交往互动、积极参与的过程。有效的教学活动是学生学与教师教的统一,因此,我们要建构清晰的知识体系,让学生围绕学习任务去研究、去思考,用问题引领学生积极思考,从而提升其思维能力。

(一)建构体系,培养思维的系统性

《义务教育数学课程标准(2022年版)》指出:在教学中要重视对教学内容的整体分析,帮助学生建立能体现数学学科本质、对未来学习有支撑意义的结构化的数学知识体系。本节课伊始,笔者通过问题串帮助学生厘清知识发展脉络,使其形成有逻辑、有联系、有体系的知识架构,培养系统性思维。

问题1:之前我们学习了有理数、整式、分式,研究了它们的哪些方面?有相通的地方吗?

教学说明:回顾从数到式的学习历程,沿着从定义到性质再到运算的研究路径,建立完整的知识结构,体现了数学学习方法的可迁移性。结构化学习了加、减、乘、除、乘方、开方六种基本代数运算,整体构建了二次根式的学习地位,解决了二次根式从哪里来的问题,也更符合知识的发生、发展过程,体现了学生数学学习的连贯性和系统性。

问题2:你还能回忆起开方的哪些内容?我们该如何研究开方运算?为什么?

教学说明:引导学生掌握研究问题的一般策略,对数和式的运算形成整体认知结构,为学习二次根式做好知识准备,确定高阶思维起点。

(二)问题驱动,激发思维的能动性

恰当的教学情境能够营造良好的课堂氛围,提高学生参与学习的积极性、主动性。结合教学内容和学生认知水平,设置学生熟悉的学科问题情境,为其高阶思维的发展奠定基础。

问题3:(1)根据正方形面积与边长之间的关系填写下页表1。

表 1

边长	...	2					...
面积	...		2	$\frac{3}{2}$	$\frac{S}{5}$	$S+2$	$\frac{S}{a}$

(2) 直角三角形的两条直角边长分别为 a, b , 则它的斜边 c 长为_____.

(3) 面积为 S 的圆的半径 r 为_____.

教学说明:从关注算术平方根与二次根式的密切关系出发创设情境,着眼学生的最近发展区对教材进行重组,设置学生熟悉的三个问题情境,引导其对边长进行算术平方根意义上的剖析,为理解二次根式概念及性质做好铺垫.

(三) 理解本质,培养思维的深刻性

1. 归纳概括,把握本质

初中数学课程发展学生的核心素养,要求他们会用数学的眼光观察现实世界.义务教育阶段,数学眼光的主要表现之一就是抽象能力.在概念的生成阶段,设计以下问题,引导学生概括本质特征,感受和领悟隐含于概念形成过程中的数学思想和方法,在归纳探究中发展其高阶思维.

问题 4:观察问题 3 中得到的式子,它们有何共同特征?

问题 5:你能用一个统一的形式表示这些式子吗?

教学说明:归纳法是整个代数学的基本大法,通过探索、发现,归纳定义、论证,是解决代数问题的基本过程.此环节引导学生主动观察、思考,然后进行归纳概括,让他们参与整个探究过程,从具体到抽象,从形式(含有根号)到本质(算术平方根),真实地经历二次根式概念的形成过程.

概念辨析:下列各式是不是二次根式?

- (1) $\sqrt{4}$; (2) $\sqrt{-3}$; (3) $\sqrt{0}$; (4) $\sqrt{-m} (m \leq 0)$;
(5) $\sqrt{a^2+1}$; (6) $\sqrt{a+1}$.

对于第(6)个式子,教师追问“为什么它不是二次根式”,引出二次根式有意义的条件,在此基础上让学生解决例 1.

例 1 要使下列各式在实数范围内有意义, x 应是怎样的实数?

(1) $\sqrt{x-5}$; (2) $\sqrt{x^2+1}$;

(3) $\sqrt{5-x}$; (4) $\sqrt{\frac{1}{5-x}}$.

教学说明:由于数学概念高度抽象,学生认识和掌握数学概念需要一个逐层深入、逐步完善的过程.为进一步加深学生对概念的理解,笔者设置了概念辨

析,并由第(6)个式子自然引出 $\sqrt{a}$ 有意义的条件.

2. 回归本质,加深理解

G. 波利亚建议我们“回到定义上去”,它是一项重要的思维活动.定义具有双重性,既揭示了这类事物区别于其他事物的基本特征,又是研究这类事物属性的起点.基于此,以问题 6 促进学生深度学习,培育其思维的深刻性.

问题 6:请大家再来谈谈对 $\sqrt{a}$ 的认识.

学生由定义得出“性质 1: $\sqrt{a} \geq 0, a \geq 0$ ”后,教师追问“ a 一定是数吗?再谈谈对 a 的理解”,引导学生发现“ a 可以是数,也可以是整式和分式,但一定大于等于 0”.

教学说明:引导学生从定义出发再谈对 $\sqrt{a}$ 的认识,既加深其对定义的理解,又渗透问题研究的策略.

3. 数形验证,深度思考

发展学生核心素养,需要我们着力培养他们的数学思考、思维能力和理性精神.这就要求数学教学超越具体的知识和技能,深入思维的层面,关注一般性的思维策略与思维品质的提升^[2].教学中可通过设置观察、分析、概括、说理、表达等探究活动,引发学生深度思考,将其思维由低阶引向高阶,培育思维的灵活性和深刻性.

问题 7:如何理解 $(\sqrt{2})^2=2$?

有了问题情境的铺垫,学生很容易想到从“形”的角度进行解释,教师再引导他们回到概念起点,从“数”的角度利用算术平方根的定义进行解释.在理解的基础上类比得到一系列等式,由这些素材归纳一般性的规律“性质 2: 当 $a \geq 0$ 时, $(\sqrt{a})^2 = a$ ”,并从算术平方根定义的角度进行解释.

教学说明:重温本课开头的问题情境,引导学生进行“数”“形”两方面的解释、验证,对性质进行理性思考,突破本节课的难点.再类比得出一系列等式,为学生归纳提供素材.学生归纳得到一般式,感受从特殊到一般的数学研究过程,发展符号意识,培养探索精神和归纳推理能力.

问题 8:你能用文字语言叙述上面的结论吗?

语言是思维的“外壳”,思维是语言的“内核”,两者相互依存^[3].引导学生用文字语言对性质 2 进行正、反两个方向的叙述,深挖它的内涵,培养学生数学语言表达能力,加深其对性质的理解,发展逆向思维.

例 2 计算:

(1) $(\sqrt{3})^2$; (2) $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2$;

(3) $(2 \times \sqrt{3})^2$; (4) $(\sqrt{a+b})^2 (a+b \geq 0)$.

拓展提升:(1)若 $|a-1| + \sqrt{b+1} + c^2 = 0$,则 $a + b + c =$ _____.

(2)在实数范围内分解因式: $x^2 - 5 =$ _____.

学生进行解答、展示、互批、纠错和反思.

教学说明:拓展提升(1)是对性质1的巩固,对初中阶段三种类型的非负数进行总结,拓展提升(2)是对性质2的逆向应用.

(四)发表见解,培养思维的创新性

数学教学要关注知识的内在联系,引导学生学会思考、提炼、表达,对数学知识进行重组、内化,给予他们反思、批判和质疑的机会,在此基础上提出问题,促进学生高阶思维的形成.

问题9:通过本节课的学习,你学会了哪些知识?掌握了哪些数学方法?还能提出什么问题?

学生总结收获,教师适时补充,最后教师引导学生发现并提出问题:“本节课我们研究了二次根式的定义与性质,由‘当 $a \geq 0$ 时, $(\sqrt{a})^2 = a$ ’,你又能想到什么问题呢?”学生思考后提出问题:“ $\sqrt{a^2}$ 等于什么?”

教学说明:引导学生从元认知的角度总结、反思、归纳、提炼,构建知识经验和结构,让他们带着深化、拓展本节课知识的新问题走出课堂,是对思维能力培养的升华.

四、教学思考

(一)问题驱动,激发高阶思维动机

高阶思维的发生需要问题的驱动.好的问题能诱发深刻的数学思考,是高阶思维的根基.在教学中,教师要注重问题对学生思维发展的促进作用,关注问题的典型性、生长性及学生的思维过程,重视他们思考的路径、方法与策略,让其学会用数学的思维思考问题并用数学的语言加以表达与解决.本节课,笔者既重视核心问题的设计(针对重、难点设置了问题6和问题7,让学生自由探究,以知识的创生过程来激发学生的创造思维),又重视问题链的设计(九个问题层层推进,既激活学生思维动力,又为二次根式定义和性质的探索做好铺垫),让他们的思维在问题链探究中“浅入深出”,为其高阶思维的发展奠定基础.

(二)知识关联,搭建高阶思维结构

厘清知识发展脉络,构建结构化的知识体系,有助于实现以核心素养为导向的教学目标.教师在教学要帮助学生建立对未来学习有支撑意义的结构化的数学知识体系.同时高阶思维过程是一个包含认知和元认知的过程,需要元认知能力来监督、管理和调

节认知.教师要从学习内容的整体性、系统性角度构建教学,引导学生对学习过程和结果进行总结、反思,形成系统、条理、结构化的知识体系.本节课中,课首通过师生对话引领学生理清知识发展脉络,课尾引导他们从元认知的角度进行总结反思,使其思维条理化、清晰化,搭建起系统化、整体化的思维结构.从问题1到问题2的教学设计,关注了知识的整体结构和内在联系,引领学生学会思考、提炼、表达,进而感悟学习历程,对数学知识进行思维重组、内化,进而形成高阶思维.

(三)深度学习,助推高阶思维生长

高阶思维能力的养成,需要教师为学生创设深度学习的过程,最关键的是要调动学生的积极思维.这就要求我们在教学中突出“学为中心”的深度学习策略,善用联系的观点和变化的思想实施“追求理解”的课堂教学.教师要特别重视“量”的控制,注重课堂的留白(时间和空间),让学生有时间思考、喜欢思考、学会思考、深度思考.本节课中,用联系的观点设计问题引导学生思考二次根式和算术平方根之间的联系,让他们经历从形式到本质的过程,加深其认知;基于一般性的思维策略,设计了由 $(\sqrt{2})^2 = 2$ 到 $(\sqrt{a})^2 = a$ 的理解,使学生经历数学观察、数学思考、数学抽象、数学表达、迁移运用等学习过程,理解和领悟知识的生成、思维的创造过程,这既是学习的本质,又是学习的灵魂.

参考文献:

- [1]安德森,克拉斯沃尔.布鲁姆教育目标分类学:分类学视野下的学与教及其测评[M].蒋小平,张琴美,罗晶晶,译.北京:外语教学与研究出版社,2009.
- [2]郑毓信.数学深度学习的理论与实践[M].南京:江苏凤凰教育出版社,2020.
- [3]马云鹏,吴正宪,等.《义务教育数学课程标准(2022年版)》案例式解读(小学)[M].上海:华东师范大学出版社,2022.

【作者简介】肖亮,南京师范大学附属中学宿迁分校.

【原文出处】《中学数学教学参考》(西安),2023.11中.15~17

【基金项目】江苏省中小教学研究第十四期重点自筹课题“基于元认知理论的初中生数学学习力培养研究”(课题编号:2021JY14-ZB143)的阶段性研究成果.