

数学教学中真实情境应用标准的研究

——基于章建跃先生讲座中对基本不等式的分析

张晨晓 陈汉君

【摘要】文章基于章建跃先生“核心素养导向的数学教学变革”讲座的分析,结合义务教育数学课程标准的更新与高中学段的联系,以高中数学课程中基本不等式内容为例分析了数学课堂中应用真实情境开展教学活动的标准,阐述了数学课堂如何利用真实情境促进学生核心素养的发展。

【关键词】真实情境;数学教学;基本不等式;应用标准

章建跃教授担任过《普通高中课程标准实验教科书·数学》(人教A版)的副主编,文章也多次在全国重点期刊发表,在教育工作和科研等领域也很有影响力。在天津师范大学数学班“国培计划(2022)”——学科培训团队研修项目中,章建跃先生进行了题为“核心素养导向的数学教学变革”的讲座,深度阐述了数学教学与落实核心素养的关系,并结合基本不等式分析了数学教学中利用真实情境开展的教学活动,为落实核心素养与教好数学之间提供了桥梁。

一、提出问题

为贯彻落实党的十八大、十九大精神,全面落实立德树人基本任务,教育部已制定了2022年版的全国义务教育阶段课程标准,并要求学校大力推进教学改革,主动转变教学模式,切实改善基础教育质量^[1]。在此背景下,落实核心素养成为了数学教学的重中之重,如何通过数学学科体现核心素养的问题也备受教育学者的关注。

在初高中的学习中,数学学科知识有着紧密的联系,学生的核心素养发展也是一脉相承的。所以,义务教育课标的改革已经说明了高中课程必须培育学生核心素养的紧迫性,高考数学课程在各个环节的实施中,都应该以培育学生数学的核心素养为重点和目标。《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)》则认为“基于数学课程核心素养的课程必须把握数学的本质,通过创设适宜的课程情境、进行适当的数学课程,启迪学习者思考与交流,以此形成

和发展数学课程的基本品格”。^[2]章建跃先生也提出,数学学科知识存在核心素养的问题,核心素养也离不开数学学科知识。数学课程中实现学生核心素养发展的关键,主要包括学科主线构成、学生在数理学科中的一般观念、学生提高“四能”水平,即培养学生逻辑推理能力与创新意识等,但所有的开展方式都有一个共同的理论基点:以具体的教学素材为载体创设真实情境,提供对学生思维发展具有挑战性的问题串,并引导学生开展系列化数学学习活动。既然学生核心素养的发展离不开真实情境在数学课堂的应用,那么数学学科的真实情境是什么,什么样的真实情境是好的问题有待进一步研究。

二、真实情境的含义及标准

PISA在现代教育框架下,将在个体情境中所出现的情况通称为真实情境,具体内容又可分为个人情境、职业情境、社会情境、科学情境等。《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)》则将真实情境与问题界定为能反映在数学课程中知识内容的四个领域之中,并指出真实情境主要分为现实情境、数学情境、科学情境等,而问题则主要是指学习者在真实情境中所出现的数学问题等。^[2]章建跃先生认为,在教学中,现实情境是最切合学习者真实状态的环境,学生在周围认识的事物或是学生已经了解过的知识,都可以作为构成真实情境的主要材料。数字教育背景是丰富多彩的,所以初中阶段的孩子在数学教育的问题导入时,往往需要创设现实情境,也因此初中阶段的数、式、方程、不等式、函数、

几何图形、统计、概率等要有强烈的现实语境。在教育 and 学科形成、发展过程中的学习者,要^对数学教学中出现问题的思考能力,多用特殊性、比较、引申等的思考方式^[3]。基于以上理论,数学课堂中的真实情境是有助于发展学生核心素养的教学素材,这种素材是学生所接触的真实世界,并且应用这种素材时学生能在其中提出数学问题并逐步解决。

真实情境之所以称为“真实”,是因为学生在真实情境中学习的新知识是生动活泼的,“真实”也就是章先生强调的“学生现实”。章建跃先生认为,一节数学课的主体是数学知识,那么数学知识的产生和发展也必须同时呈现给学生,这就需要情境引入。将学生的现实生活与真实情境联系起来,并且学生能够在其中感受到数学知识产生的必然性,这才是好的情境引入。因此,数学课堂应用的真实情境首先要具备真实性,这也是教师应用情境进行教学的首要标准。

其次,随着“双减”政策的颁布,国家依据教育规律,计划逐渐为学生减负,并以学校本身为主来^{提升}加强教育教学质量,进一步减轻校外负担,推动学生的学习任务逐步向校内集中,但集中不是增负,还要简化校内的冗杂教学活动。在具体的教学设计中,教师需要设计各式各样、种类繁多的环节,这就要求教师在创设情境时,设计简约的真实情境,以投入最小的精力来取得更大的教学效果。章先生也多次提到落实核心素养的教学要做到精准教学、达成减负增效,真实情境的简约性能避免教师对于情境引入的过度开发,符合减负的要求。真实情境的简约性标准的重要性在^{今年}的高考就已经有所体现,尽管基本上每个家长和学校教师都认为问题难、试题偏,不过如果学校老师在平时的课堂注重于基础知识的教育,高考问题实际上也是可以化解的。章建跃先生则认为,不少教师在平时教学中太不把基础教材当回事,也没有将所有精力都花在帮助学生系统了解的“四基”上,搞了太多的花样,让学生做了大量无用功。教师需要从“四基”角度加强理解,平时在“培养学生学习能力,促进学生系统掌握各学科基础知识、基本技能、基本方法”上多下功夫,重视基础课程,才有助于学校系统建立良好的现代数学教育认识结构^[4]。真实情境的应用也同时适应于上述的理论,情境的建立是直接联系基础知识的,在此基础上润色

情境的技巧都是附属品,在建立情境的过程中联系“四基”“四能”是最重要的。

最后,应用真实情境的目的是为了引出问题,让学生在问题中发现新知识,从而发展学生的创新能力。章建跃先生提出,现今的课程改革是以核心素养为导向的,而我国的数学教学虽然整体效果良好,但在学生发现和提出问题能力的培养上还有待提高。所以,高中数学课程要注意情景和问题的结合,通过提问带动练习的方法,帮助学生在情景中发掘并提出新问题,要精心设计学生的数学活动流程,让学生带着疑问进行探究活动,把转变学生学习方法落到生活实处^[5]。教学是从问题开始的,是以问题为起点的,大部分学生的学习过程都是不情愿的,但是通过问题,学生才能够进一步产生学习的兴趣或好奇心,才有所谓学习的“冲动”。这种冲动是自发的,并且是不解决问题不罢休的。采用“情境+问题”的教学,以体现启发式思想,同时充分利用先行组织者方法,可以使学习者在一般思想引导下自己提出问题、做出猜想,并在此活动中感受现代数学基本理念、总结思考过程与提出问题的方法^[6]。学生是在探索问题的活动中学习新知识,这就需要真实情境中的新知识都是模糊的,也称为真实情境的结构不良性。基于以上分析,本文提出了数学课堂中应用真实情境的三项标准:真实性、简约性和结构不良性。

三、真实情境标准的实例分析

现实世界普遍存在着相等与不等关系,不等式正是解决这些问题的基本数学模型和工具,在现代数学研究和发展中也具有极其重要的地位和作用^[2]。在不等式体系中,基本不等式是其最重要的组成部分。函数、数列、解析几何、向量等几乎所有的数学中都有基本不等式的知识,可以说在高中数学体系中基本不等式有着重要作用。

以“基本不等式”教学中的几个创设真实情境为导入作为例子,结合章建跃先生讲座中关于真实情境的论述,对上述三项应用真实情境的标准进行具体分析。

(一) 真实性

教师在创设情境时,时常是即插即用,直接将情境的素材插入课堂中,并不考虑情境创设好不好、真不真。部分教师将真实情境仅仅定义为学生在生活中亲身经历的情境,这种定义也是有偏差的,生硬的

把这种情境嵌套进教学里并不利于学生的发展。

例如在基本不等式的教学中,以不标准的天平问题作为情境引入:小明要去买水果,水果店中有一个臂长不等的天平,老板分别把小明买的水果放在左右两个盘子上称了一次,得到了重量 a 和 b ,然后将这两个重量取算数平均数,作为小明买的水果重量,这样的称法合理吗?显然,上述基本不等式教学应用的情境看似属于“标准”对情境分类中联系学生生活的生活情境,可是在学生的现实生活中,学生几乎不会接触到有关天平的问题,因此上述情境没有与真实生活建立实质联系;其次在上述情境中,学生需要运用物理知识中的杠杆原理解释天平称重,介入了与数学课程内容完全不相关的其他学科知识,学生基于此建立的知识体系就会产生混乱。那么,真实情境的“真实”到底如何解释呢?

真实情境的真实性是来自于学生现实的,因此各种练习素材都应当真实可信。实际情境也要求所设计的问题情境必须客观存在,所给出的数据令人信服并富有现实意义,且必须证明研究所处理的问题真实存在。^[1]真实情境是与学生现实实质联系的情境,这种联系即要联系学生的真实生活,又要联系学生真实的知识经验。这就要求教师在设计引入情境时,需要依据一定的层次顺序来选择情境,进而创设具体的情境画面。教师在数学课堂中要优先利用数学情境的概念,基于学科内部知识体系中的相关知识,创设数学学科内的真实情境。从数学知识的内在逻辑和发生发展过程出发来设定情境,在无形当中强化学生的数学知识结构,这样的情境才是最真实的。例如在初中阶段学习平方差公式时, $(a+b) \cdot (a-b)$ 就是 $(a+b)(c+d)$ 的特殊形式,根据这种一般和特殊的关系设置情境,学生在此情境中能够通过乘法公式,真正理解平方差公式的由来,建立代数公式知识体系。可以看到,代数领域得到的公式,往往都是特殊化的结果,基本不等式也不例外。作为代数范畴中初中和高中衔接的知识点,基本不等式本身就是初高中数学学习的过渡,这就更加要求教师帮助学生建立清晰的数学知识结构。在考虑真实情境中知识体系的完整性后,再思考情境与真实生活的联系。具体的数学教学案例中,有着大量与生活相关的情境,但学生真正接触或经常发生在身边的基于学生现实生活的情境则少之又少。教师要选择真

实的生活题材,让学生感受到数学与生活的自然联系,才能促进学生在情境中发现问题,提出问题,进而发展学生核心素养,达到立德树人的目的。

(二)简约性

随着科技的发展,课堂教学的媒介与手段也发展到了新阶段。可是丰富的教学工具却让教师在情境创设方面变得无所适从,甚至产生了越复杂的情境越好这样的观点。

在基本不等式的教学中存在以下情况: AB 为圆的直径, C 为圆上一个点, D 为 AB 上一个点,即 $CD \perp AB$, AC 为 a , BC 为 b 。你可以利用在这个图形中,得出一个不等关系吗?在上述情境中,教师想联系几何知识和代数知识,来达到巩固几何知识,进而引出基本不等式定义的目的。再结合启发式教学,让学生在具体的问题中发现基本不等式的内涵。可是,上述引入情境中,关于圆的几何知识本就与基本不等式毫无联系,在引入过程中学生进行了两次学习,放大了学习压力;构建情境后的问题,虽然基于发现学习理论,但对于数学学科,完全舍弃间接知识经验的发现是非常困难的。所以,这些情境并不能调动学生的学习动机,甚至削弱了主动性,增加了学生的学习压力,这就和情境教育的五要件之一:以激发学生积极性为前提,激发学生主动^[7]相背离。

简约性要求不能给学生增加额外负担,也不能在其中添加过多知识点。教师在情境引入时,总想在一定的真实情境中,嵌套更多的知识点,以达到复习旧知的作用,这样的创设方法是错误的。创造真实情境,其目的就是充分调动学习者的积极性,从而促使学生主动地了解新东西,逐步地将新内容带入知识结构,从而改变思维和建立自身的图式。因此,创设真实情境引出新知识时,要尽可能减少认知上的难点。此外,真实情境是简约的,但不是简单的。知识内容的精简不代表背后应用的学习理论和操作模式的简化。因此,真实情境还要是可操作的。可操作是指情境设计人员必须根据已结构化的课程内容,对已选实际生活中的具体案例保留关键性的事实和特征,并去除细枝末节和不相干信息,再按照课程核心素质培养水平的实际需要,对情境作出复杂程度不同的结构性处理,从而创造信息支持完整的已结构化主题情境设计,以适应教学的实际要求^[8]。数学教学中的真实情境,要依据发现学习理论和有意义接受学习

理论的有机结合,基于学生已有的数学知识经验和结构重新编排,形成旧知识—真实情境—新知识的联系链条,这样学生才是真正理解并掌握了新知识。

(三) 结构不良性

引入真实情境作为数学课堂中的首个环节,学生发现、探索新知识的主要途径是通过问题进行的。在真实情境中,蕴含新知识的问题不是现成的。学习者必须借助线索发现问题的关键原因,从而再现问题,也就是真实情境的结构不良性,指的是所提供的场景没有将问题的关键因素暴露出来,以创造一定空间让学习者自行找到原因^[7]。《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)》中也明确要求学生必须掌握的技能:能够在相互关联的环境中,抽象出最基本的数学思想与规律,判断运动过程与随机事件,提出问题并发现或转换为数学现象^[2]。不同于教师只重视分析问题、解决问题能力的传统观念,在真实情境中发现和提出问题的能力与学生的数学创新能力直接相关。

在人教A版教材中,基本不等式这一章节的主要情境是这样设定的:我们都知道,乘法公式在代数式的运算中有着重要影响。那么,是不是也有一些不等式,它们在解决基本不等式的性质问题上有着与乘法公式一样的重要意义呢?接下来我们再来讨论这个问题。在之前,人们就曾经利用完全平方公式而得出过一条重要不等式: $\forall a, b \in \mathbf{R}, a^2 + b^2 \geq 2ab$,当且仅当 $a = b$ 时等号成立。很特别地,设 $a > 0, b > 0$,我们就可以用 $\sqrt{a}, \sqrt{b}$ 分别取代了上式中的 a, b ,而得到了 $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$,当且仅当 $a = b$ 时,等号式也成立。

上述情境中运用完全平方方式和两个实数大小关系之间的一般关系,用证明二个实数大小关系之间的一种重要方法——作差法,即可推论出 $a^2 + b^2 \geq 2ab$,进而再利用在各种取值时的代数变换,即可得出基本不等式。以代数知识逻辑为主线,通过学生已有的不等关系知识经验创设情境,学生在这样的过程中自然而然会发现问题,进而解决问题,并且此情境中的推导过程符合学生的思维,解决问题对于学生而言是可以实现的。教师创设的情境还要对学生产生挑战,依据最近发展区理论,情境中旧知识和问题的线索要落在最近发展区内,问题本身要超出学生目前的能力,这样学生在探索问题时就会有更强的挑战性。上述基本不等式的情境引入中,基本不等式这个新知识点本身对于学生来说是陌生的,但推

导的过程和完全平方公式等旧知识经验完全在学生的能力范围之内,因此学生可以在超出自己能力的前提下提出问题,最终解决问题。

(四) 小结

现在,数学学科的教学依据已经从三维目标转向核心素养。章建跃先生也提到,我们不能离开数学学科知识空谈核心素养。同样,我们也不能离开数学课堂的第一步——真实情境来空谈核心素养。结合基本不等式的教学中几个真实情境构建的实例,教师在创设真实的真实情境,要有真实性、简约性、结构不良性。基于间接数学知识经验与学生真实生活建立实质的联系。还要以结构化的数学知识体系为主,将不重要的信息删减,简化知识,加强情境的吸引力。最后,要促使学习者看到问题、指出问题,从而剖析问题、解决问题。创设真实情境,激发数学的内在动力,用新数学方法教育,才能实现减负提质,切实推动中小学生的核心素质发展。

参考文献:

- [1]教育部.义务教育数学课程标准(2022年版)[S].北京:北京师范大学出版社,2022.
- [2]教育部.普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)[S].北京:人民教育出版社,2020.
- [3]章建跃,鲍建生.深化课程改革,提高数学教育教学质量——暨“第十一届初中青年数学教师优秀课展示与培训活动”总结[J].中国数学教育(初中版),2020(4):2-20.
- [4]张召永.主题情境结构化的功能阐释与设计策略[J].教学与管理(中学版),2021(2):68-70.
- [5]李吉林.为儿童快乐学习的情境教学[J].课程·教材·教法,2013,33(2):3-8,28.
- [6]蔡亚萍.基于真实情境问题解决的教学设计[J].电化教育研究,2011(6):73-75,80.
- [7]章建跃.推进减负增效提升教学质量——暨“第十二届初中青年数学教师课例展示活动”总结[J].中国数学教育(初中版),2022(6):13-28.
- [8]章建跃.如何提高数学运算素养[J].中小学数学(高中版),2022(7/8):130,128.

【作者简介】张晨晓、陈汉君,天津师范大学教育学部(300382)。

【原文出处】《中学数学教学》(合肥),2024.1.6~9