

## 【专题：数学探究活动】

编者按：2017年版高中数学课标明确了数学建模活动与数学探究活动是数学课程五个主题之一，教材也设置了相应的内容板块。如何开展数学探究活动的教学，是教师比较关注的问题。本期专题文章集中探讨高中数学课程中数学探究活动的教学策略以及设计思路，希望能对教师朋友们有所启发。

# 指向核心素养提升的高中数学探究 活动教学实践与思考

——以“探究与发现：探究函数  $y = x + \frac{1}{x}$  的图象与性质”为例

郑 锋

**【摘要】**随着数学课程改革的不断深入，作为运用数学知识解决数学问题的一类综合实践活动，数学探究活动成为落实数学学科核心素养的关键载体，其内涵和特征构成开展数学探究活动的价值追求。通过呈现人教A版（2019版）高中数学教材“探究与发现：探究函数  $y = x + \frac{1}{x}$  的图象与性质”这一课例的教学过程，阐述开展数学探究活动的实践路径，为推动高中数学育人方式改革提供有益的参考。

**【关键词】**数学探究活动；核心素养；数学建模活动；问题解决；创新人才

《普通高中数学课程标准（2017年版2020年修订）》（以下简称《高中数学课标》）把高中数学必修课程分为预备知识、函数、几何与代数、概率与统计、数学建模活动与数学探究活动五个主题。数学建模活动与数学探究活动作为主题内容进入高中数学课程，不仅是数学课程改革发展的趋势，更体现了国家和社会发展对人才培养的要求。在我国实施科教兴国、人才强国、创新驱动发展三大战略的时代背景下，新时代创新人才不仅需要掌握多学科的综合知识和技能，更需要具备较强的实践应用能力、团队协作能力、创新能力和问题解决能力。

数学建模活动和数学探究活动都是以问题为核心，数学探究强调解决数学学科的具体问题，而数学建模则强调应用数学知识解决现实生活中的实际问题，符合数学学科发展的趋势和未来人才培养的需求。数学建模活动和数学探究活动重视引导学生运用数学知识解决问题，旨在培养学生的数学应用能力、创新思维、合作精神和核心素养。然而，在传统应试教育的影响下，当前一些学校和教师忽视数学建

模活动和数学探究活动的育人价值，甚至不了解其内涵、特征和实施方式。本文选取数学探究活动为研究对象，通过阐述数学探究活动的内涵、特征和实践路径，为开展高中数学探究活动、推动高中数学育人方式改革提供有益的参考。

## 一、数学探究活动的内涵与特征

《高中数学课标》明确指出，数学探究活动是运用数学知识解决数学问题的一类综合实践活动。同时，也给出了数学探究活动的内涵，即数学探究活动是围绕某个具体的数学问题，开展自主探究、合作研究并最终解决问题的过程。具体表现为：发现和提出有意义的数学问题，猜测合理的数学结论，提出解决问题的思路和方案，通过自主探索、合作研究论证数学结论<sup>[1]</sup>。作为一类综合实践活动，数学探究活动具有主体性、实践性、导向性和合作性等特征。这些内涵和特征共同构成了开展数学探究活动的价值追求。

一是主体性特征。数学探究活动以学生为主体，强调学生的主动参与和自主探究。在探究活动中，学

生不再是知识的被动接受者,而是知识的主动探索者.他们会围绕某个具体的数学问题,通过自主探究、合作交流、实践探索等方式,开展深入的学习和研究,并最终解决问题.这一过程要求学生发现和提出有意义的数学问题,猜测合理的数学结论,提出解决问题的思路和方案,并通过自主探索、合作研究来论证数学结论.教师作为学生学习的引导者和支持者,需适时提供必要的指导和帮助,鼓励学生大胆尝试、勇于创新.

二是实践性特征.在探究过程中,学生需要结合实际情况,运用所学的数学知识提出解决问题的方案.这就要求具备独立思考、创新求解的能力,能够在动手操作和实际应用中发现、提出问题、分析问题和解决问题.教师应鼓励学生尝试新的思路和方法,探寻解决问题的策略,从而体验到成功的喜悦,培养创新思维和探索精神.

三是导向性特征.问题是数学探究活动的起点和核心,学生需要围绕某个有意义、有挑战性的数学问题展开探究活动.问题的选择应当具有针对性和启发性,可以来源于实际生活、科学研究或数学学科内部.以问题为导向的数学探究活动能够激发学生的学习兴趣 and 探究欲望.通过探究数学问题,学生能够深入理解数学的本质和牢固掌握数学规律,培养问题意识和问题解决能力,提升数学学科核心素养.

四是合作性特征.数学探究活动可以采用合作探究的不同形式,如课题研究、数学建模、数学实验等.在探究过程中,学生需要进行分工合作,共同完成探究任务.通过合作与交流,学生学会与他人沟通、协调,培养团队合作精神.通过团队研究成果展示,学生还能从他人的思路和方法中获得启发,进一步拓宽自己的视野.

## 二、高中数学探究活动实践

数学探究活动既是《高中数学课标》中数学学科核心素养的重要体现,也是落实数学学科核心素养的关键载体<sup>[2]</sup>.不同高中数学教材关于数学探究活动的课题设置、课时安排、编排顺序及其分布等方面存在差异,各具特色.其中人教A版(2019版)高中数学教材必修第二册和选择性必修第三册分别设置了“用向量法研究三角形的性质”和“杨辉三角的性质与应用”两个数学探究活动,并在幂函数、对数函数等一些小节后面设置了12个“探究与发现”栏目,以递进式问题串的形式引导学生开展数学探究活动<sup>[3]</sup>.下面以人教A版(2019版)高中数学教材必修第一册第三章“函数的概念与性质”中的“探究与发

现:探究函数 $y = x + \frac{1}{x}$ 的图象与性质”这一课时为例,阐述开展数学探究活动的实践路径.

### (一) 内容分析

作为数学探究活动的入门基础课,“探究与发现:探究函数 $y = x + \frac{1}{x}$ 的图象与性质”一课既契合函数主题,又有助于学生初步体验数学探究的全过程.在本节课之前,学生已经学习了函数的概念、表示法、基本性质和幂函数等基础知识,掌握了函数与方程、数形结合、分类讨论、转化与化归等数学思想方法,这为探究 $y = x + \frac{1}{x}$ 这个由幂函数 $y = x$ 和 $y = \frac{1}{x}$ 的“函数和”组成的典型函数模型提供了基础.但学生尚不具备运用数学知识自主探究并解决问题的能力.高一学生具有强烈的好奇心、表现欲与求知欲,这为数学探究活动的开展提供了保障.本节课确立“四基→四能→三会→六素养”的进阶式教学目标,面向不同层次的学生,帮助和引导学生在探究活动中培养创新思维和数学表达能力,掌握科学探究的方法,体会自主探索和合作研究的乐趣,提升数学学科核心素养.

### (二) 实践路径

本节课以“情境引入(观察现象、发现问题)—提出问题—拟定计划—执行计划—得出结果—交流展示—模型推广—探究总结”为主线开展教学,引导学生通过观察自然界和现实生活中的现象,建立现实世界与数学世界的联系,经历发现问题、提出问题、分析问题和解决问题的过程,并通过展示和交流探究成果,发现新问题、提出新问题,从而促进学生进入数学探究活动的良性循环状态.

#### 1. 情境引入,激发兴趣

高考蓝皮书《中国高考报告(2023)》指出,无情境不教学,无情境不命题<sup>[4]</sup>.合理问题情境的创设,有利于启发学生的创新思维,激发学生的学习兴趣 and 探索欲望.

问题情境:为了开发和利用太阳能进行光伏发电,国家电力集团计划在西部平坦的戈壁上建造一个占地面积达 $1\text{km}^2$ 的长方形太阳能发电站,为了缩减成本,要怎样设计才能使长方形围墙的长与宽之和最短?

问题评析:通过问题情境引入太阳能进行光伏发电的实际问题,引导学生将现实生活中的实际问题转化为“求函数 $y = x + \frac{1}{x}$ 的最小值”的数学问题

(如图1).通过构建数学模型解决问题,让学生体会到数学来源于生活,又应用于生活,培养学生的数学应用意识,提升学生的数学抽象和数学建模素养<sup>[5]</sup>.



图1 现实问题转化为数学问题

## 2. 提出问题,猜测结论

问题是推动课堂教学实施的有效载体,层层递进的问题链由表及里、由浅入深,有助于吸引学生主动思考问题之间的内在联系和基本逻辑,理解数学本质,提升学生的问题解决能力.本节课通过设置递进式问题链,引导学生从求函数  $y = x + \frac{1}{x} (x > 0)$  的最小值,到求函数  $y = x + \frac{1}{x} (x \geq 2)$  的最小值,再到探究函数  $y = x + \frac{1}{x}$  的图象与性质,并深层次思考函数

$y = x$  和  $y = \frac{1}{x}$  的图象变化趋势对函数  $y = x + \frac{1}{x}$  图象的影响.在此基础上,合理猜测相关问题的结论,为探究得到准确的问题结论提供方向.递进式问题链由5个问题组成,具体如下:

问题1:当  $x$  为何值,函数  $y = x + \frac{1}{x} (x > 0)$  有最小值? 最小值为多少?

问题2:当  $x$  为何值,函数  $y = x + \frac{1}{x} (x \geq 2)$  有最小值? 最小值为多少?

问题3:你认为可以从哪些方面研究函数  $y = x + \frac{1}{x}$ ?

问题4:你认为可以按照怎样的路径研究函数  $y = x + \frac{1}{x}$ ?

问题5:函数  $y = x + \frac{1}{x}$  的图象有什么变化趋势? 函数  $y = x$  和  $y = \frac{1}{x}$  的图象变化趋势对函数  $y = x + \frac{1}{x}$  的图象有哪些影响?

## 3. 拟定计划,明确目标

探究计划是实施数学探究活动的前期规划方案,也是学生组建探究小组开展自主探索、合作研究活动的起点.教师引导学生从递进式问题链出发,鼓

励学生拓宽思路,选择不同的研究路径,对探究任务进行合理分工,拟定小组探究计划,明确团队的研究目标.本课学生可以选择第一种研究路径“定义域→图象→奇偶性→单调性、值域、最值”,先画出函数图象,再根据图象得出函数的性质;还可以选择第二种研究路径“定义域→奇偶性→图象→单调性、值域、最值”,先关注函数的奇偶性,并根据定义域和奇偶性画出函数的图象,再求得函数的值域.不同的研究路径使学生体会到图象与性质之间存在紧密的“数形结合”思想,有助于提升学生的直观想象和逻辑推理素养.以下按照第二种研究路径开展探究,可分为五个流程,分别是:(1)求出函数  $y = x + \frac{1}{x}$  的定义域;(2)猜想函数  $y = x + \frac{1}{x}$  的奇偶性,并证明;(3)用描点法画出函数  $y = x + \frac{1}{x}$  的图象;(4)借助图象得出函数的单调性,并证明;(5)求出函数  $y = x + \frac{1}{x}$  的值域.

## 4. 执行计划,探索研究

根据上述拟定的探究计划,以探究小组为单位,各小组成员按照分工自主完成探究任务.探究活动开展过程中既要有自主探索的任务分工,又要有交流协作的合作研究.本节课中,教师可为每个探究小组准备一张大海报纸,学生将探究函数  $y = x + \frac{1}{x}$  的图象与性质的流程,以及作图、运算、推理的结果呈现在大海报上,作为小组探究的成果.

## 5. 得出结果,演绎论证

教师为学生营造自主探索、合作研究的氛围,给学生提供充足的探究时间,了解各探究小组的探究进度和探究结果,鼓励学生合理分工,提高探究效率,并通过演绎推理的方法论证探究结果的准确性.在此基础上,及时记录各探究小组中具有代表性的探究结果,为后续选择合适的交流展示团队做准备.

## 6. 交流展示,取长补短

学生经历了小组合作、分工完成探究函数  $y = x + \frac{1}{x}$  的图象与性质的过程,并以海报形式呈现探究成果.教师让探究成果具有代表性的小组上台展示探究成果,在引导学生用规范的数学语言表达探究成果的同时,引导其他探究小组欣赏他人成果的优势,发现他人成果的不足,取长补短,互相促进,培养学生敢于质疑、勇于创新的探究精神.

## 7. 模型推广, 拓宽视野

在数学世界里, 发现、探索和收获是相互关联的过程. 发现、探索和收获不仅是解决问题和获取新知识的途径, 也是提升逻辑推理能力和创造性思维能力的方法. 而对于问题的再发现、再探索和再收获则是数学能永无止境、生生不息地发展的关键所在. 在学生完成函数  $y = x + \frac{1}{x}$  的图象与性质的探究任务之后, 教师引导学生把探究目光转向相关联的函数模型  $y = x - \frac{1}{x}$ ,  $y = ax + \frac{b}{x}$  ( $a > 0, b > 0$ ) 和  $y = ax + \frac{b}{x}$  ( $a \neq 0, b \neq 0$ ), 将探究活动引向深入, 拓宽学生的探究视野, 激发学生的科研潜质.

## 8. 探究总结, 思维进阶

数学探究活动不仅要让学生体验数学探究的全过程, 还要引导学生理解数学探究活动的本质在于通过观察自然界的万事万物, 去发现和提出相关的数学问题, 在拟定探究计划和执行探究计划中合理猜测、分析问题, 在交流展示探究结果中解决问题, 并通过不断发现和提出新问题, 形成推动数学探究进入迭代创新、持续深入的良性循环 (如图 2), 有效促进学生的思维从低阶走向高阶, 提升学生的数学核心学科素养.

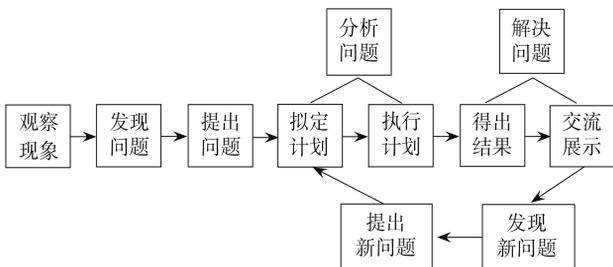


图 2 数学探究活动实施流程图

## 三、思考与启示

数学探究活动面向全体学生, 鼓励学生积极参与、良性互动, 让不同层次的学生在数学学习上得到相应的收获和发展. 展望未来数学教育改革和发展的方向, 通过变革教学方式、开展实践活动、促进教师学习, 去激发学生的数学学习兴趣, 提升学生运用数学知识解决问题的能力, 培养出适应时代发展的数学创新人才, 这是大势所趋.

### (一) 变革教学方式, 提升核心素养

在项目式教学、翻转课堂、探究式教学、跨学科教学、信息化教学等教学方式不断推动传统教学模式和育人方式改革的当下, 数学课堂教学应重视以观察、调查、实验等方式帮助学生获取知识, 鼓励学生主动提出问题、探究规律, 引导学生从“解数学题”

转向“用数学解决问题”, 培养学生的科学精神和实证意识, 提升学生的数学学科核心素养. 例如把生活购物方面的数学计算、家庭预算规划等引入课堂, 促进学生理解数学在生活中的实际应用, 感悟数学的应用价值, 提高数学应用能力.

### (二) 开展实践活动, 优化教学资源

数学是一门抽象的自然科学, 不同层次的学生对数学的理解能力存在差异. 开展数学建模、数学探究、数学实验等多元数学学科实践活动, 不仅能丰富和优化数学教育教学资源, 还有助于学生在动手操作、动口表达、动脑思考过程中将数学知识具象化, 体验应用数学的乐趣, 激发学生的创造力和想象力, 培养学生的实践能力和表达能力. 例如, 举办应用数学知识创新设计比赛, 组织学生设计数学游戏、制作数学教具等, 并适时引入社会资源, 帮助学生把创新思维“物化”为小发明、小创造, 使学生获得学习和创新的成就感.

### (三) 促进教师学习, 培养创新英才

教师是创新人才培养的核心资源, 教师的专业技能直接影响人才的培养质量. 在人工智能时代, 科技发展日新月异, 教师应紧跟时代发展步伐, 重视终身学习, 提升数学专业能力和跨学科教学技能, 逐步具备开展数学拔尖创新人才早期培养的核心竞争力. 例如, 将“STEAM 项目策划与组织”“教师数学建模竞赛”等内容和活动融入数学教师培训体系, 丰富教师的理论知识和专业技能, 培养教师的终身学习意识, 推动教师多元发展<sup>[6]</sup>.

## 参考文献:

[1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准 (2017 年版 2020 年修订)[S]. 北京: 人民教育出版社, 2020.

[2] 吕世虎, 彭燕伟. 2020 版高中数学课标中课程结构的变化和特点[J]. 数学教育学报, 2022, 31(4): 1-6.

[3] 顾向忠. 关于“数学建模与数学探究”的高中数学教材比较研究: 以苏教版、人教 A 版和人教 B 版为例[J]. 中学数学教学参考, 2022(12 上): 13-16.

[4] 中国高考报告学术委员会. 中国高考报告 (2023)[M]. 北京: 新华出版社, 2023.

[5] 蒲锦泉. 高中数学探究活动实施的若干思考[J]. 福建中学数学, 2022(10): 3-6.

[6] 苏圣奎, 陈清华. 基于创新人才培养的中学数学建模课程体系构建[J]. 人民教育, 2021(7): 55-58.

【作者简介】郑锋, 福建省连江第一中学 (350500).

【原文出处】《中学教学参考》(南宁), 2024. 11.