初高中数学衔接的现状分析、案例解读及教学启示

——从数学新高考试题中的初中经验谈起

安恺凯　　沈丹丹

【摘　要】文章基于当下初高中数学衔接中展露出的重学生问题轻教师问题、重相异之处轻相通之处、重短期衔接轻全程衔接、重高等背景轻过往经验的现状,结合数学新高考及全国适应性考试试题中的初中经验,阐明初高中数学衔接的必要性与重要性,并谈谈对改进和完善初高中数学衔接的若干思考与启示.

【关键词】初高中衔接;新高考;初中经验

随着“三新”(新课标、新教材、新高考)背景下教学改革的逐步实施及深入,高考命题的理念已发生悄然转变,命题视域从学生在高中三年的知识习得转向学生从小学到初中,再到高中整个数学学习生涯中的思维发展、素养养成、品质涵育.在此新背景下,做好初高中数学衔接教学,可以避免数学知识的割裂和数学思维的断裂,有助于学生加深对数学的认识,提升学习数学的能力,从而使得旧知能不断启发新知.但在实际教学、教研中,初高中数学衔接的现状也暴露出部分问题与隐患,现与同仁交流探讨.

一、现状分析

(一)重学生问题轻教师问题

建构主义认为,学习必然经历新知识与旧知识相互矛盾的过程,它以自身的经验及知识为基础,按照同化或顺应的方式建立体系.看待衔接问题,“自身的经验与知识”应包含学生与教师两个层面,当前研究整体上呈现出重学生问题轻教师问题的局面.例如,高中教师对于初中的教材、教法、学法并没有很深的体会和认知,导致看待衔接问题容易片面化;高校学者擅长教学理论上的研究,部分衔接研究缺乏中学课堂的实践经验,对衔接问题的建议到底效果如何是有待考证的[1].

(二)重相异之处轻相通之处

在学生步入高中后的第一节数学课以及前期课程中,教师往往会强调高中数学与初中数学在内容、思维、习惯、心理等多个方面上的差异.例如,在知识层面,通常会强调高中数学的内容更多,涉及的知识面更深、更广,知识表达也更抽象;在思维层面,通常会强调高中数学更加注重逻辑推理、抽象思维和空间想象等能力的培养.高中数学与初中数学的相异之处固然客观存在,但由于部分高中教师对初中数学抱有轻视与疏忽心态,单方面、过度地突出了相异之处,给学生造成“高中数学难学”的初印象,难免会引起学生的畏难和逆反心理,对初入高中的学生的数学学习是不利的.逻辑性是数学的学科特质,从小学到初中再到高中,每个阶段都会学习新的、较复杂的知识,这些知识之间又有紧密的、相辅相成的逻辑联系,高中教师应将高中知识尽可能地生长于初中知识中,增进学生对新知识的熟识度与亲切感,进而激发学生的求知欲,使学生由浅入深、循序渐进地融入高中数学学习.

(三)重短期衔接轻全程衔接

不少人认为初高中数学衔接教学只需要在高一的起始阶段进行,也就是《普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订)》课程内容中预备知识的学习,这实际上是从时间维度进行判断的.如果从学生建构知识的角度来看,那么高中数学知识与初中数学知识的衔接在众多新课教学和解题教学中都有可能发生,具有全过程性.因此,衔接研究应立足于高中数学知识的整体建构过程,致力于在实际教学中促成初中数学知识与高中数学知识之间多面地、深入地、不断地进行联系、协调、融合、再生.

(四)重高等背景轻过往经验

随着新高考改革的深入,试题的数学情境不断创新与丰富,但这却引起部分高中教师的教学思路陷入一种狭义的“高观点”中,不少教师开始热衷于从高等数学的角度去分析和解决初等数学问题.这

对教师自身教学视域的延伸拓宽和自身编拟试题的知识储备而言是具有积极意义的. 但教师若真的采用以“新”教“新”的方式,向学生盲目地介绍试题中层出不穷的高等数学背景,只会不断加重学生的知识负担,让学生无所适从,引起和加剧学生对数学的恐惧和反感. 这样的教学具有明显的知识断裂化和问题夸大化的特征,导致教学内容模糊、外延泛化混乱,急需冷静审视.

章建跃教授在谈到2024年全国适应性考试压轴题(背景是盖莫尔加密体制,涉及数论、密码学等方面的知识)时指出:一线教师用数论的知识讲解这一问题,或者今后数论的知识进入高中数学课堂都是完全没有必要的. 章教授认为高考试题中引入高等数学背景不是为了考查高等数学知识,而是考查学生的思维方式,即要落实“遵循教育规律,注重考查对基础知识、基本技能、基本方法的深刻理解,引导学生要知其然,更知其所以然”的高考命题改革精神[2].

以下笔者结合近几年新高考和全国适应性考试中的具体案例,揭示试题及分析中的初中经验,以突出数学教学应呈现的系统性、连续性和结构性特征.

二、案例解读

(一)基于初中符号经验的问题理解

例1 直角坐标系 xOy 中,点 P 到 x 轴的距离等于点 P 到点 $\left(0,\frac{1}{2}\right)$ 的距离,记动点 P 的轨迹为 W.

1)求 W 的方程;

2)已知矩形 $ABCD$ 有3个顶点在 W 上,证明:矩形 $ABCD$ 的周长大于 $3\sqrt{3}$.

(2023年全国数学新高考Ⅰ卷第22题)

问题简析 第1)小题中易得 W 的方程为

$$y=x^2+\frac{1}{4}.$$

结合平移不变性和矩形特征,如图1,第2)小题可从表象上转化为“矩形 $ABCD$ 有3个顶点在抛物线 $y=x^2$ 上,证明 $|AB|+|BC|>\frac{3\sqrt{3}}{2}$”. 设点 $B(x_0,x_0^2)$,则直线 AB 的方程为

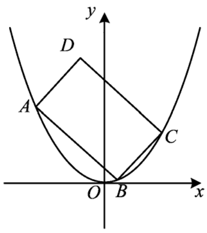

图1

$$y=k(x-x_0)+x_0^2,$$

与抛物线方程联立消去 y 后,利用弦长公式可求得

$$|AB|=\sqrt{1+k^2}\,|2x_0-k|,$$

同理可得 $|BC|=\sqrt{1+\frac{1}{k^2}}\left|2x_0+\frac{1}{k}\right|$,

从而将几何问题转入代数层面,即表现为求含有两个参变量的两个绝对值和的下确界.

教学审视 绝对值的概念在数学发展过程中是不断完善和明晰的,其符号的使用和推广源于现代数学的发展. 学生最初形成对绝对值符号的认知是在初中阶段,初中教材通过线段长度或者距离定义绝对值,然后再论述有理数的绝对值性质[3]. 到了高中阶段,在点线距、线线距、弦长公式等中都会涉及绝对值,但奇怪的是,高中生遇到绝对值如碰到“烫手山芋”. 主要原因有两点:一是心理上对绝对值几何意义的疏忽,在处理涉及距离问题时,时常漏加绝对值符号;二是面对含有多个绝对值符号的复杂问题时,缺少讨论的方向感,或陷入不知从何开始讨论的迷茫,或因讨论不当迷失在烦琐境况中无法脱身. 综观整个中学阶段,绝对值符号的学习是数学中两个重要思想“数形结合”和“分类讨论”在学生脑海中初步形成的关键期,对学生能力、素养的培养有重大意义.

初中经验 在初中阶段,“多个绝对值和的最小值”问题对完善学生对绝对值的认知建构具有重要作用. 下面通过问题链的方式呈现这类问题.

问题1 求 $|x+1|+|x-2|$ 的最小值.

问题2 求 $|x+1|+|x-2|+|x-3|$ 的最小值.

问题3 设 $a_1\leqslant a_2\leqslant a_3\leqslant\cdots\leqslant a_n$,求 $|x-a_1|+|x-a_2|+|x-a_3|+\cdots+|x-a_n|$ 的最小值.

问题4 求 $2|x+1|+3|x-2|$ 的最小值.

问题5 求 $\left|\frac{1}{2}x+1\right|+\left|\frac{1}{3}x-2\right|$ 的最小值.

问题6 若 m,n 为正有理数,求 $m|x-a|+n|x-b|$ 的最小值.

问题新观 基于以上初中经验,要求

$$f(x_0)=\sqrt{1+k^2}\,|2x_0-k|+\sqrt{1+\frac{1}{k^2}}\left|2x_0+\frac{1}{k}\right|$$

的下确界,只需讨论两个绝对值前系数 $\sqrt{1+k^2}$ 和 $\sqrt{1+\frac{1}{k^2}}$ 的大小. 当 $k^2\geqslant1$ 时,

$$f(x_0)\geqslant f\left(\frac{k}{2}\right)=\sqrt{1+\frac{1}{k^2}}\left|k+\frac{1}{k}\right|=\frac{(1+k^2)^{\frac{3}{2}}}{k^2}$$

$$=\frac{\left(1+\frac{k^2}{2}+\frac{k^2}{2}\right)^{\frac{3}{2}}}{k^2}\geqslant\frac{\left(3\cdot\sqrt[3]{1\cdot\frac{k^2}{2}\cdot\frac{k^2}{2}}\right)^{\frac{3}{2}}}{k^2}$$

$$=\frac{3\sqrt{3}}{2},$$

当 $x_0=\frac{k}{2}$时,等号成立,此时直线 AB 为抛物线的切线,故等号不能取到. 当 $k^2<1$ 时,

$$f(x_0)\geqslant f\left(-\frac{1}{2k}\right)=\sqrt{1+k^2}\left|k+\frac{1}{k}\right|$$

$$=\frac{(1+k^2)^{\frac{3}{2}}}{|k|}=\frac{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+k^2\right)^{\frac{3}{2}}}{|k|}$$

$$\geqslant\frac{\left(3\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot k^2}\right)^{\frac{3}{2}}}{|k|}=\frac{3\sqrt{3}}{2},$$

当 $x_0=-\frac{1}{2k}$时,等号成立,此时直线 CD 为抛物线的切线,等号同样不能取到. 综上可得 $f(x_0)>\frac{3\sqrt{3}}{2}$,即矩形 $ABCD$ 的周长大于 $3\sqrt{3}$.

(二)基于初中函数经验的问题理解

例2 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$(其中 $a>0$, $b>0$)的右焦点为 $F(2,0)$,渐近线方程为 $y=\pm\sqrt{3}x$.

1)求 C 的方程.

2)过点 F 的直线与 C 的两条渐近线分别交于点 A,B,点 $P(x_1,y_1)$,$Q(x_2,y_2)$在 C 上,且 $x_1>x_2>0$, $y_1>0$. 过点 P 且斜率为 $-\sqrt{3}$的直线与过点 Q 且斜率为$\sqrt{3}$的直线交于点 M. 从①②③中选取两个作为条件,证明另外一个成立:①M 在 AB 上;②$PQ\parallel AB$;③$|MA|=|MB|$.

(2022 年全国数学新高考Ⅱ卷第 21 题)

教学审视 初中阶段的反比例函数图象与高中阶段的双曲线从“名称”到“形状”上都具有显而易见的一致性,却鲜有教师在双曲线的新授课或习题课上将二者联系起来进行类比教学.

初中经验 在初中阶段,反比例函数有如下性质:如图 2,若一次函数 $y=mx+n$(其中 $m\neq0$)交 x,y 轴于点 A,B,交反比例函数 $y=\frac{k}{x}$(其中 $k\neq0$)于点 C,D,则$|AC|=|BD|$,即 AB 与 CD 的中点重合.

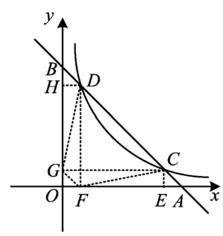

图 2

问题新观 基于以上初中经验,可引导学生思考,如图 3,若一条直线:$y=mx+n$ 交双曲线 $C_1:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 于点 D,E,交双曲线 C_1 的两条渐近线于点 A,B,那么是否也存在$|AD|=|BE|$的情形呢? 通过根与系数的关系我们不难验证,将直线与双曲线 C_1,以及双曲线的两条渐近线组成的双直线 $C_2:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=0$ 分别联立后,消去 y 得到的两个一元二次方程的二次项系数、一次项系数相同,从而有

$$x_A+x_B=x_D+x_E,$$

即 AB 的中点 M 也是 DE 的中点. 再结合解析几何中点弦的相关性质:当点 M 是弦 DE 的中点时,有

$$k_{OM}\cdot k_{DE}=\frac{b^2}{a^2},$$

可以形成以下新的认识.

认识 1 如图 3,若一条斜率存在且不为 0 的直线交双曲线 $C_1:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的两条渐近线于点 A,B,点 M 是 AB 的中点,则 $k_{OM}\cdot k_{AB}=\frac{b^2}{a^2}$.

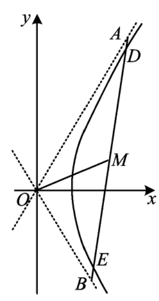

图 3

结合平移不变性,若将双直线平移到坐标系内任意位置,则可以进一步直观地延伸认识.

认识 2 如下页图 4,过平面内一点 O'作双曲线 $C_1:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的两条渐近线的平行线,组成双直线 C_2. 若一条斜率存在且不为 0 的直线交双直线 C_2 于点 A',B',点 M'是 $A'B'$的中点,则 $k_{O'M'}\cdot k_{A'B'}=\frac{b^2}{a^2}$.

在例2中选取①③作为条件，如图5，取PQ的中点N，由中点弦性质知

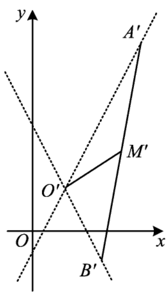

图4

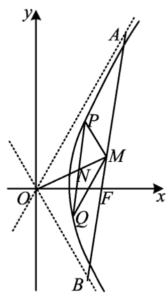

图5

$$k_{ON}\cdot k_{PQ}=\frac{b^2}{a^2},$$

因为直线PM,QM分别平行于双曲线的两条渐近线，所以由认识2知

$$k_{MN}\cdot k_{PQ}=\frac{b^2}{a^2}.$$

从而可得点O,N,M共线，即

$$k_{OM}\cdot k_{PQ}=\frac{b^2}{a^2},$$

又由认识1知 $$k_{OM}\cdot k_{AB}=\frac{b^2}{a^2},$$

故 $$PQ/\!/AB.$$

(三)基于初中几何经验的问题理解

例3 已知抛物线$C:y^2=4x$的焦点为点F，过点F的直线l交C于点A,B，过点F与l垂直的直线交C于点D,E，其中点B,D在x轴上方，点M,N分别为AB,DE的中点.

1)证明：直线MN过定点；

2)设点G为直线AE与直线BD的交点，求$\triangle GMN$面积的最小值.

(2024年全国数学高考适应性测试第18题)

问题简析 例3的第1)小题的考查内容属于解析几何中的通性通法，通过设直线$AB:x=my+1$(由对称不失一般性，不妨设$m>0$)，与抛物线C的方程联立消去x，得

$$y^2-4my-4=0,$$

从而 $$y_M=\frac{y_A+y_B}{2}=2m,$$

即 $$M(2m^2+1,2m),$$

同理，可得 $$N\left(\frac{2}{m^2}+1,-\frac{2}{m}\right),$$

于是直线MN的方程为

$$x=\left(m-\frac{1}{m}\right)y+3,$$

故直线MN过定点$(3,0)$.

第2)小题如果不加思考地延续第1)小题的思路，先求点A,B,D,E的坐标，得到直线AE,BD的方程及其交点G的坐标，再写出$\triangle GMN$面积的表达式以求得最小值，那么将导致计算量庞大，运算路径漫长，学生很难最终完成解答.

教学审视 在初中阶段，若坐标系中一个三角形的3条边都不平行于坐标轴，则往往不能直接求解这个三角形的面积，需要对三角形的面积进行合理转化.到了高中阶段，学生在习得了点到直线的距离公式后，再遇到坐标系内三角形的面积问题时，仿佛手握“重武器”一般，往往会粗浅地、不假思索地选择直接使用公式进行解答，知识的增加不应“销蚀”思维的“活性”.

初中经验 在初中阶段，三角形面积有着丰富的转化方式.例如，过三角形一顶点作水平宽或铅垂高；将三角形割补成若干个直角三角形或直角梯形；基于同底或等高进行转化；在平行线间实现等积转化等.例3中最为可行的解法是将所求三角形的面积转换为一个适合计算的四边形面积，然后由基本不等式得到解答.刘和平教授指出该解法的关键步骤虽然属于初中数学学过的平面几何知识内容，但对学科核心素养之一的直观想象有很高的要求，能综合运用不同的几何方法解决问题也是学科核心素养水平的重要体现[4].

问题新观 基于初中经验，结合例3中图形的特征，给出以下4种转化方法.

方法1 (水平宽铅垂高)如图6，过点G作x轴的平行线，交MN于点H，则

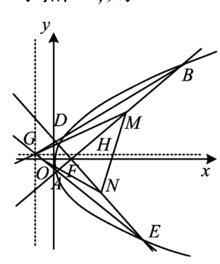

图6

$$y_H=y_G=\frac{2(m-1)}{m+1},$$

代入直线MN的方程$x=\left(m-\frac{1}{m}\right)y+3$，解得

$$x_H=2\left(m+\frac{1}{m}\right)-1,$$

则$S_{\triangle GMN}=\frac{1}{2}(x_H-x_G)(y_M-y_N)=2\left(m+\frac{1}{m}\right)^2\geqslant 8.$

方法2 （构造直角梯形）如图7，设直线AB，图7DE交准线于点N'，M'，联结MM'，NN'，可证得$MM'\perp M'N'$，$NN'\perp M'N'$（证明略），从而

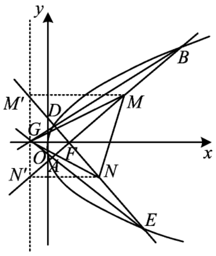

图7

$$S_{梯形MM'N'N}=\frac{1}{2}(x_M+x_N+2)(y_M-y_N),$$

$$S_{\triangle GM'M}=\frac{1}{2}(x_M+1)(y_M-y_G),$$

$$S_{\triangle GN'N}=\frac{1}{2}(x_N+1)(y_G-y_N),$$

则 $S_{\triangle GMN}=S_{梯形MM'N'N}-S_{\triangle GM'M}-S_{\triangle GN'N}$

$$=\frac{1}{2}[(y_G-y_N)(x_M+1)+(y_M-y_G)(x_N+1)]$$

$$=2\left[\frac{(m^2+1)^2}{m(m+1)}+\frac{(m^2+1)^2}{m^2(m+1)}\right]$$

$$=2\left(m^2+\frac{1}{m^2}+2\right)\geqslant 8.$$

方法3 （同底转化）因为点M是AB的中点，所以

$$S_{\triangle GMD}=\frac{1}{2}S_{\triangle GAD},$$

同理可得 $$S_{\triangle GNA}=\frac{1}{2}S_{\triangle GAD},$$

从而 $S_{\triangle GMN}=S_{五边形GDMNA}-S_{\triangle GMD}-S_{\triangle GNA}$

$$=S_{五边形GDMNA}-S_{\triangle GAD}=S_{四边形ADMN}$$

$$=\frac{1}{2}\cdot|AM|\cdot|DN|=\frac{1}{8}\cdot|AB|\cdot|DE|,$$

其中$|AB|=x_A+x_B+2=m(y_A+y_B)+4=4m^2+4$，

同理可得 $$|DE|=\frac{4}{m^2}+4,$$

于是 $$S_{\triangle GMN}=2(m^2+1)\left(\frac{1}{m^2}+1\right)$$

$$=2\left(m^2+\frac{1}{m^2}+2\right)\geqslant 8.$$

方法4 （构造平行线间的等积转化）如图8，设点H为AD的中点，GM与AD交于点S. 由点M，H分别为AB，AD的中点，知

$MH /\!/ DG$,

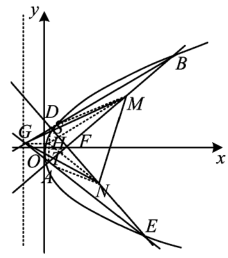

图8

从而 $S_{\triangle GSH}=S_{\triangle MSD}$.

设GN与AD交于点T，可得

$$S_{\triangle GHT}=S_{\triangle TAN},$$

于是 $$S_{\triangle GMN}=S_{四边形ADMN},$$

下同方法3，不再赘述.

三、教学启示

（一）增进初高中教研的互动性

初高中数学教学的衔接工作应重视加强初高中数学教师的学术交流，教育部门、学校要尽可能地为初高中的数学教师提供学术交流的机会，相互听课、评课，就教学方法、学生的学法进行探讨，更好地实现两个阶段不同视域的融合，明确各自为衔接初高中数学应尽的义务，并将其渗透到教学的全过程中. 从而，初中数学教师能够更有方向地合理拓展初中数学课程目标所要求的深度和广度，注重知识点间的联系，有意识地培养学生自主学习意识、创新研究理念等学习品质，为后续的学习做好铺垫. 同时，高中教师在教学中也能做到心中有数，避免教学中知识与方法的疏漏或重复，讲清新旧知识的联系和区别，更大范围地渗透、转化和类比数学思想与方法.

（二）发掘教学内容的迁移性

奥苏伯尔说过，一切新的有意义的学习，都是以原有学习为基础，并不受到原来已经有的认知结构影响的学习是不存在的. 涂荣豹认为新旧意义之间的联系有一个继续同化的过程，在这个过程中，一方面，是对意义联系理解的深化和贯通；另一方面，是这种联系需要一定程度的巩固和强化，当这两方面达到一定的水平，有意义迁移才可能开始[5]. 因此，教师必须充分发挥主导作用，深入研究高中数学知识、问题中与学生过往认知经验的耦合点，更加科学、细化地组织有同化性、迁移性、启发性的教学材料，为学生创造有意义的接受学习的环境，运用问题链等渐进分化方法建立认知的层级结构，应用综合贯通原则帮助学生在学习过程中加强知识横向与纵向的联系，提高新旧知识之间的可辨别性，促进数学学习的再创造.

初高中衔接教学实践对比研究

——以“函数图象的对称性”为例

吕　俊　　龙艳文

【摘　要】目前,“三新”背景下的新高考,哪怕题目并不难,但只要是所谓的“新面孔”,很多学生就“招架不住”,不能灵活解决问题.日常学习中,学生仅学习所谓的解题技巧,而不重视知识的来龙去脉,对数学知识没有整体认识,很难提升自身的思维能力.教师要重视衔接教学,在每节课上密切观察学生的需要,紧跟学生的步伐,随时衔接教学,随时引导,这样才是真实有效的数学学习.

【关键词】初高中衔接教学;函数图象的对称性;对比研究

一、问题的提出

当前,很多教师的工作重点是搜集各地名校最新的试题编“学案”,而对中学数学的一些基本且重要的问题疏于思考;学生在考试中只要遇到“新面孔”,即使题目不难,也不能灵活解决问题.如此一来,自然导致很多学生抱怨“在数学上耗费大量的时间和精力,结果却收效甚微”.数学是多么美好的学科!一线教师应该反思,重视初高中衔接教学,从知

(三)重视素养培养的持续性

初高中数学教学衔接工作的意义在于构建贴近学生认知规律的可持续性认知路径,把数学教学的侧重点从学生已经完成的发展过程转移到正在形成或成熟的发展过程,以适应学生的发展为原则,将初高中内容进行贯通式梳理,使知识与思维以连续的姿态呈现在学生面前,进而了解学生习得某一数学知识和思维的最佳时期,并在该知识和思维形成时对学生施以最佳影响.例如,例1从“绝对值”这一知识点出发,揭示知识的内涵与本质;例2沿“双曲线图象”这一条“性质线”梳理,紧扣核心知识,变中求联,突出一般数学规律及蕴涵的思想方法;例3以“数形结合”这一个“思想面”建构,建立初高中数学思想的全局观,完善认知结构,挖掘学生数学素养的孕育点.

总之,作为高中数学一线教育工作者,需要充分认识到初高中数学衔接在数学育人方面的重要意义,力争做到把握学情,找准学生前期数学认知的发展规律;能够创设环境,营造新旧知识发生联系的适切场域;能够设计关联,提供学生发现问题、再造知识、锤炼思维的机会.应该说,初高中衔接的研究贯穿课程改革的整个过程,始终是一个与时俱进的课题,研究的推进、策略的优化以及方案的完善仍在路上,需要深入思考的问题不在少数.“道阻且长,行则将至”,相信随着持续的探索与调适,初中数学与高中数学的契合度将会日臻成熟,使数学教学成为一种贯穿过去、现在与将来的富有魅力的活动.

参考文献:

[1]何威,颜波.初高中数学衔接的回顾与展望[J].数学通讯,2023(3上):1-5,19.

[2]章建跃.高考复习备考如何回归教材(之二):从2024年高考综合改革适应性测试卷得到的启示[J].中小学数学(高中版),2024(1/2):封三,128.

[3]吕世虎,颜飞,锁建军,等.绝对值在中国数学课程中的历史演变[J].数学教育学报,2023,32(5):3-4.

[4]中国教育考试网.2024年高考综合改革适应性测试:数学试卷专家点评[EB/OL].(2024-01-19)[2024-04-03].https://www.neea.edu.cn/html1/report/2401/431.1.htm.

[5]涂荣豹.数学学习与数学迁移[J].数学教育学报,2006,15(4):1-5.

【作者简介】安恺凯(1990-　),男,江苏无锡人,江苏省天一中学一级教师,研究方向:数学教育(江苏　无锡　214101);沈丹丹,无锡市东北塘中学(江苏　无锡　214191).

【原文出处】摘自《中学教研(数学)》(金华),2024.7.1~6

【基金项目】江苏省中小学教学研究第十四期立项课题(2021JY14XK16).