

# 突出数学本质 重视思维过程 发展核心素养(下)

——2024年人教版《义务教育教科书·数学》解读

李海东

## (四) 例题

适当编排具有典型性、適切性的例题(每课时一两道)。除了为说明知识应用而设置的常规性例题外,根据内容的需要,开发带有探索性、开放性、实践性的例题。对于较复杂的例题,除解答外,还要有“分析”。“分析”不是给出简要解答思路,而是重点给出解决问题的思路,在“怎么想到的”上下功夫。

## (五) 习题系统

教科书的习题系统包括练习、习题、复习题,整体考虑它们的设置。按课时安排练习,每课时两三道,将其作为学生课内学习活动的组成部分,发挥其课内巩固所学内容的作用。习题、复习题按题目的教学功能分为“复习巩固”“综合运用”“拓广探索”三个层次,习题每课时三四道,复习题每课时一两道,发挥其帮助学生巩固和运用知识、培养数学能力、拓展知识、深化数学理解和应用的功能,注重其在培养学生创新意识和实践能力方面的重要作用。此外,习题和复习题的设置也考虑它们在达成学业质量上的评价功能。

编写习题时,重视习题的针对性、有效性、创新性、层次性、精确性,努力实现减负、提质、增效的目标。

针对性:抓住各章内容的核心,促进概念的理解和思想方法的生成。

有效性:关注通性通法,抓住基本概念,不在技巧上做文章。代数部分适当加强了运算和推理。

精确性:保证科学性和准确性,确保所选例题具有典型性、示范性,所选习题达到能力培养效果。

层次性:关注层次和梯度,体现习题不同部分、不同栏目的要求,形成一个立体化的能力培养系统。

创新性:题目具有一定新意,但不离开内容本质这个“根”,不在奇、特上做文章,体现真正的应用。

## (六) 选学内容

教科书适当设置了“阅读与思考”“观察与猜想”“探究与发现”“信息技术应用”等选学内容,提供相关背景材料、知识应用、课外活动题材、技术手段学习资源等,以拓展学生的学习空间,为学有余力、拥有不同学习兴趣的学生的发展提供了更多选择的可能性。

## (七) 小结

教科书在每章末安排小结,包括“本章知识结构”和“回顾与思考”两部分内容。小结中的“本章知识结构”以框图形式展示本章知识要点、发展脉络和相互联系,有的是结构图(本章知识结构),有的是流程图(本章内容展开过程),具体内容是本章主要知识和内容反映的思想方法。

“回顾与思考”又分为“回顾”和“思考”两部分,“回顾”是结合知识结构框图对本章内容的整体概述,阐述本章内容之间、本章内容与其他内容之间的联系,揭示本章内容反映的思想方法、研究方法等,注意在阐述核心内容及其蕴含的数学思想方法的过程中融入数学核心素养成分;“思考”是以问题形式引导学生回忆、总结全章内容,通过学生独立思考归纳概括出全章内容和重要思想方法,深化对本章核心内容及其所反映的数学思想方法的理解。

## (八) 综合与实践

落实《课标(2022年版)》对“综合与实践”的要求,教科书每章安排一两个数学活动,每册设置两个综合与实践活动。数学活动、综合与实践活动的选题要考虑活动内容体现的知识的综合性,与现实生活的联系性,活动的操作性和实践性,跨学科的综合性和问题解决的开放性和拓展性。

## (九) 数学文化

教科书加强了对数学文化的渗透,重视通过反映数学产生、发展历史的素材构建学习过程,引入和展

开相关内容的学习.在正文中设置了“溯源”栏目,设置“图说数学史”的选学内容,以学生喜闻乐见的方式介绍数学发展史的有关材料,帮助他们了解数学家、特别是中国数学家,以及他们的数学成果在人类文明发展中的作用,激发学生学习数学的兴趣,感受中外数学家治学的严谨,欣赏数学之美.

#### 四、教科书编写时重点关注的一些问题

教科书编写需要兼顾国家意志、数学学科逻辑、学生认知水平等多方面因素.这也是这套初中数学教科书编写时重点关注的一些问题,我们将其整合为这版教科书的八个特色.

##### (一)坚持德育为先,落实全面育人,体现价值观

教科书是国家事权,不仅要回应“培养什么人”“怎样培养人”,还要回应“为谁培养人”.教科书始终坚持德育为先、落实全面育人,结合初中数学学科特点,全面贯彻落实党的二十大精神,用数学教科书“培根铸魂”.

近年来,随着《习近平新时代中国特色社会主义思想进课程教材指南》《“党的领导”相关内容进大中小学课程教材指南》《中华优秀传统文化进中小学课程教材指南》等重大主题教育进教科书的文件的出台,为初中数学教科书的学科德育明确了方向.教科书结合相关数学知识的学习、应用及综合与实践等活动,按照“应进全进、充分体现、创新方式、有机融入”的原则,通过创设问题情境、编制习题、编写阅读材料、配置插图等多种方式,讲好中国贡献的数学故事,讲好数学呈现的中国故事,在数学内容中有机融入社会主义核心价值观教育和中华优秀传统文化教育,培育学生的家国情怀;全方位体现中国元素和中国风格,体现我国科学家的贡献、我国古代及现代科技成果和经济社会发展成就.

##### (二)聚焦核心素养,发展理性思维,体现思想性

数学在形成人的理性思维、科学精神和促进个人智力发展的过程中发挥着不可替代的作用,有逻辑地思考的理性思维,敢于质疑、善于思考、严谨求实、自我反思的科学精神,都是数学课程在整体课程中发展学生核心素养的独特贡献.

教科书依据发展学生核心素养的要求选择和组织学习素材,通过情境创设和问题解决等方式设计系列学习和实践活动、构建习题系统、创新呈现方式等,让学生在应用数学知识的过程中会用数学的眼光观察现实世界、会用数学的思维思考现实世界、会用数学的语言表达现实世界.在数学学习的过程中学会学习,逐渐形成理性思维,培养科学精神,发展应

用意识和创新意识,发挥数学学科独特的育人功能.

首先,教科书在体系结构上,既关注知识内容的数学逻辑,也关注学生学习的心理逻辑;既重视同一领域内容的逻辑关系,也关注不同领域内容之间的衔接和沟通;既考虑整体的螺旋上升,也考虑局部的直线深入,使教科书具有良好的整体结构,让学生在不断概括的过程中,对重要的数学思想和方法的理解水平得到提高.此外,教科书还注重学习内容的结构化,重视以数学核心概念及其反映的思想方法为纽带,加强内容的纵横联系,通过类比、归纳、推广、特殊化,使不同内容相互沟通,从而加深学生对数学的整体性认识.

其次,在内容的呈现上,关注数学知识所蕴含的数学思想、通性通法,以数学核心概念及其反映的基本思想为纽带,逻辑一致地呈现相关内容.在学习过程中,加强研究方法的引导,使学生体会学习方法的一致性和数学的思维方式,培育理性精神.在章、节引言中,结合问题背景,概述本章所体现的核心数学思想方法和研究方法;在内容展开过程中,加强内容的纵横联系,通过类比、归纳、推广、特殊化等方法的运用,使不同内容相互沟通,帮助学生建立结构功能优良的数学认知结构;在小结中,对本章核心内容及其反映的思想方法进行提炼与概括.

##### (三)面向全体学生,关注发展差异,体现发展性

教科书既面向全体学生,也关注他们发展的差异,在保证基本要求的前提下,也要体现一定的弹性,以满足学生的不同需求,落实“人人都能获得良好的数学教育,不同的人在数学上得到不同的发展”的课程理念,并便于教师发挥创造性教学.

本次教科书编写,重视做好科学教育的加法,依据发展学生核心素养的要求选择和组织学习素材,通过情境创设和问题解决等方式设计系列学习和实践活动、构建习题系统、创新呈现方式等,通过增强学习内在驱动力的方式激发学生的好奇心、想象力、探求欲,让他们在学习和应用数学知识的过程中,逐渐形成理性思维,培养科学精神,发展应用意识和创新意识.

第一,教科书将《课标(2022年版)》中以星号标记的选学内容全部纳入教科书体系,供教师在实际教学中选择.

第二,在教科书正文中精心设置栏目、边空等,适当提出具有探索性、开放性的问题,引导学生自主探究结论、对得到的结论进行拓展和反思等.

第三,将例、习题系统(例题、练习、习题、复习题)看成促进学生自主学习、提升创新意识、提高实

践能力的重要平台.整体考虑例、习题系统的设置,并重视小初衔接、初高衔接.按课时安排练习,将其作为学生课内学习活动的组成部分;习题、复习题按教学功能分为“复习巩固”“综合运用”“拓广探索”三个层次,发挥它们巩固和运用知识、培养数学能力、拓展知识、深化数学理解和应用的功能.

例如,在“圆”一章复习题的“拓广探索”栏目中,设置了如下问题,让学生在利用直线与圆的知识解决问题的同时,为其高中阶段即将学习的几何平均数与算术平均数的比较提供了几何直观.

如图3,  $\triangle ABC$  为  $\odot O$  的内接三角形,  $AB$  为直径,过点  $C$  作  $CD \perp AB$ , 垂足为  $D$ . 设  $AD = a$ ,  $BD = b$ .

(1) 分别用  $a, b$  表示  $OC, CD$ .

(2)  $OC$  和  $CD$  的长之间有什么关系? 由此你能得到怎样的关于  $a, b$  的不等式?

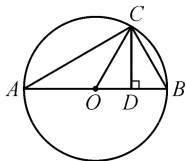


图3

第四,重视选学内容(阅读与思考、观察与猜想、探究与发现、信息技术应用、图说数学史)的编写,为学有余力的学生安排具有探索性、拓展性、思想性的内容,引导其对一些重要的数学思想、应用广泛的数学方法,以及对思维能力培养有较高价值的问题进行学习与探索.例如,“探究与发现”栏目中的学习材料《等宽曲线》,从“为什么车轮要做成圆形的”引入,引出等宽曲线,再拓展到莱洛三角形及其应用等,帮助学生基于已学知识开阔学习视野.

第五,通过设置更具开放性的综合与实践活动,学生更将经历项目式学习的全过程.学生需要综合运用数学和其他学科的知识与方法,在实际情境中发现问题,并将其转化为合理的数学问题;能独立思考,与他人合作,提出解决问题的思路,设计解决问题的方案;能根据问题的背景,通过对问题条件和预期结论的分析,构建数学模型;能合理使用数据,进行合理计算,借助模型得到结论;能根据问题背景分析结论的意义,反思模型的合理性,最终得到符合问题背景的模型解答.通过这样的过程,帮助学生理解数学、应用数学,形成和发展应用意识、模型观念等;提升获取信息和资料的能力、自主学习或合作探究的能力;提升撰写研究报告的能力和语言表达能力.整合数学与其他学科的知识,完成跨学科实践活动,感悟数学与生活、数学与其他学科的关联,发展学习能力、实践能力

和创新意识.

(四)加强问题引导,展现思维过程,体现过程性

数学教科书不是单纯的数学知识堆砌,学生要获得对数学的深刻理解,也不能单纯地依赖模仿、练习和记忆.“数学是系统化了的常识,因而它比其他自然科学更易于创造……学习数学唯一正确的方法是实行‘再创造’,教师的任务是引导和帮助学生进行‘再创造’”(弗赖登塔尔语).教科书要给出对数学知识再发现、再创造的途径、过程和方法,也就是要给出“数学化”的过程,引导学生进行再发现、再创造.因此,教科书选用合适的学习素材,为学生提供丰富的问题情境,设计必要的数学活动,展现数学知识的形成、发展过程,反映数学知识的应用过程,以保证学生经历观察、实验、猜测、推理、交流、反思等数学活动,积累数学活动经验,促进其在思维习惯、思维能力等方面的发展.

首先是获得数学概念的过程.教科书既重视数学与现实的联系,也重视数学内在的逻辑关系,从现实情境、数学情境、其他学科情境出发,让学生经历归纳、概括事物本质的过程,获得数学概念等研究对象,使学生学会数学地认识问题,学会用数学的眼光观察现实世界.

其次是研究数学对象的过程.教科书重视研究方法的引导,重视从“一般观念”出发构建对数学对象的研究思路,让学生经历“观察想象—实验探索—概括猜想—推理论证”的过程,从而发现规律、提出猜想、证明结论,学会用数学的思维思考现实世界.

最后是应用数学概念、性质解决问题的过程.教科书重视应用数学概念、性质解决问题的过程,不仅运用数学原理对现实问题进行数学抽象,还用数学语言表达数学问题,用数学方法构建模型解决问题,使学生学会用数学的语言表达现实世界.

关于如何使学生经历上述三方面过程,教科书的主要做法是问题引领、问题驱动.在知识形成过程的“关键点”上,在运用数学思想方法产生解决问题策略的“关节点”上,在数学知识之间联系的“联结点”上,在数学问题变式的“发散点”上,在学生思维的“最近发展区”内,提出反映本质、自然连贯、恰时恰点、难易适当的问题,引导学生的思考和探索活动,使他们经历观察、实验、猜测、推理、交流、反思等理性思维的基本过程,体会数学研究方法,积累数学活动经验,提升发现和提出问题的能力.

(五)重视背景应用,加强综合实践,体现联系性

《课标(2022年版)》的“总目标”中指出,体会数

学知识之间、数学与其他学科之间、数学与生活之间的联系,在探索真实情境所蕴含的关系中,发现和提出问题,运用数学和其他学科的知识和方法分析问题和解决问题。为此,教科书在问题引入的背景和应用数学的素材选取方面,以及综合与实践活动的设置方面,都注意其与相关内容的数学关联性、与其他学科知识的学科关联性、及与学生现实生活的生活关联性。

一个数学概念的引入,总有它的现实或数学理论发展的需要。教科书中任何一个新概念的引入,都强调它的现实背景、数学理论发展背景或数学发展历史背景,这样才能使教科书显得自然、亲切,让学生感到知识的发展水到渠成而不是强加于人,也利于学生更好地理解其本质。例如,函数是描述客观世界中变量关系和变化规律的数学模型,无论是对于一般函数概念,还是一次函数、二次函数、反比例函数的概念,教科书都从典型丰富的、反映这一本质特征的运动变化现象的具体例证出发,让学生分析、比较、综合这些例证的共同特征,进而概括出其本质特征,得到相关的函数概念。

应用数学知识解决实际问题,可以帮助学生更深刻地理解数学知识,有利于提高学生的数学学习兴趣,加强应用意识、发展数学创造力。教科书千方百计地开发数学应用的背景素材,通过解决具有真实背景的问题,引导学生体会数学的作用、数学与生活及其他学科的联系,发展模型观念,培养应用意识,提高实践能力。例如,在一元一次方程、二元一次方程组、一元二次方程、一次函数、二次函数、反比例函数等章,教科书都安排了“实际问题与……”的内容,在给出2~3道例题的基础上,归纳、总结建立方程(函数)模型解决实际问题的一般过程,再安排更接近真实问题的“探究”(例如,一元一次方程中3个探究:销售中的盈亏、球赛积分表问题、不同能效空调的综合费用比较),不仅进一步突出方程和函数模型的应用的广泛性和有效性,也使学生能在更加贴近实际生活的情境中运用所学的数学知识,使分析问题、解决问题的能力,创新意识和实践意识在更高层次上得到提高。

对于综合与实践,《课标(2022年版)》指出,“综合与实践活动:要以问题解决为导向……让学生从数学的角度观察与分析、思考与表达、解决与阐释社会生活以及科学技术中遇到的现实问题……提高发现与提出问题、分析与解决问题的能力”。教科书注重以“问题”引领活动设置,通过设置贴近学生的现实生活、具有真实问题情境和社会价值的跨学科的综合性问题,进行领域内、跨领域、学科间的综合与实践活

动,以数学活动、项目式学习、合作解决问题等方式,让学生亲历发现、实验、探究、体验、反思、合作、交流等学习过程,体会数学知识之间、数学与其他学科之间、数学与现实世界之间的联系,感悟数学的价值,发展应用意识,提升实践能力和创新能力,践行社会担当等,促进数学学科育人方式和学习方式的变革,体现数学学科的协同育人功能。

#### (六)改进呈现方式,提升学习体验,体现适切性

教科书改进呈现方式,使得内容更好适应教学过程与方法,更加适应学生的年龄特征和学习方式,提升他们对教科书的使用感受,使教科书对于学生具有更好的适切性。

首先是结构体系方面的调整。教科书改进了部分数学知识的呈现顺序,通过拆分原教科书知识章节结构,或改变原有的一些知识呈现顺序,将初中数学知识的发展过程更加科学、完整地呈现出来,更加符合学生的数学学习习惯和心理认知过程,既满足知识的螺旋式上升,又体现数学知识的逻辑一致性,更利于学生的自主学习。

其次是具体内容呈现方面的调整。教科书按照数学知识的逻辑关系,结合学生的认知特点,参考数学知识的产生和发展过程,构建相应数学知识的呈现过程。教科书对问题系统进行了整体设计,通过章、节引言,具有思考性、探究性、综合性、开放性的正文栏目,以及教科书边空的问题和贴士,提出反映本质、自然连贯、难易适当、恰时恰点的问题,为学生提供思考的空间,引导他们经历学习过程。

再次是对内容多元表征方面的调整。教科书重视不同数学语言的使用,充分利用文字语言、图表、数学图形、数学符号等多种形式,多元联系表示相关内容。例如,对于平方差公式和完全平方公式等乘法公式,教科书不仅有文字的描述,还有符号的表达,也有图形的表达,这种多元联系表征,对于学生更好地理解乘法公式是大有裨益的。

最后是视觉设计方面。教科书对封面、插图、版式等进行了重新设计。教科书版式设计美观大方、简洁明快,充分利用四色印刷的优势,加强了不同栏目、插图、文字用色的整体设计,使之更加生动、新颖、活泼、美观,提高了教科书的可读性和审美性,提升学生的阅读体验。插图风格清新、格调高雅。教科书选取反映我国古代建筑、艺术、科技、思想哲学等文明成果的图片,选取建党纪念币、革命遗址、模范雕像等图片,选取反映我国经济社会新成就、新发展的图片,体现育人导向;情境类插图力求体现中国风、时代感、精气

神、数学味;数学图示类插图力求准确、科学,反映数学学科特色;重新绘制了数学家像,请有关院士、历史专家、数学史专家审核把关,数学家形象与相关数学史的文字叙述相辅相成,激发学生学习数学的兴趣,感受中外数学家的聪明才智和严谨的治学精神。

### (七)精选主题素材,创新融入方式,体现文化性

在人类历史上,数学对自然科学、社会科学和人文科学影响深远,具有重要的科学价值和人文价值。数学育人不仅要传授知识,而且要以知识为载体,将知识、思维、方法、精神、价值、人文等融为一体,实现文化内涵的整体育人。为此,教科书通过精选主题素材、创新融入方式,体现出很强的文化性。

教科书精选“历史与发展”“思想与方法”“人物与精神”“趣味与应用”等角度的数学文化主题,并重点关注我国传统数学在数学历史发展中的贡献,充分发挥数学的文化力量,引导学生认识数学的科学价值、应用价值和文化价值,提高其科学文化素养。

具体地,教科书在正文中设置“溯源”栏目,结合正文内容的展开,让学生跨越时空,在追本溯源中自然地理解重要的概念和方法;通过教科书边空、选配数学家画像,结合相关数学成就和人物故事,让学生感悟数学家的精神;设置“图说数学史”栏目,图文并茂地呈现数学分支的历史脉络,讲述重要概念的形成与发展,展示思想方法的演变进程等。

有必要指出的是,教科书十分注重数学文化与学生数学学习的有机结合。例如,在“整数指数幂”一节,教科书安排了关于幂的符号演变的“溯源”栏目。该“溯源”栏目介绍了数学发展史上不同数学家(丢番图、韦达、哈里奥特、笛卡儿)所使用的幂的符号,再到牛顿提出的关于幂的符号的设想,最后提出思考“你认为牛顿的这个设想合理吗?也就是说,如果 $a^m$ 中的 $m$ 可以是负整数,那么负整数指数幂 $a^m$ 表示什么?”这种设计仿佛为学生开启了一场与牛顿的跨越时空对话,使牛顿成为学生学习整数指数幂的引路人,使他们对从正整数指数幂推广到整数指数幂的认识更显自然。

### (八)整合信息技术,改进教学方式、体现融合性

《课标(2022年版)》在“课程理念”中提出要促进信息技术与数学课程融合。合理利用现代信息技术提供丰富的学习资源,设计生动的教学活动,促进数学教学方式方法的变革。在实际问题解决中,创设合理的信息化学习环境,提升学生的探究热情,开阔学生的视野,激发学生的想象力,提高学生的信息素养。

教科书在落实信息技术与教科书的深度融合上

下功夫,深入思考信息技术工具在探索某些数学规律时的重要作用,在相关内容的展开过程中,合理利用现代信息技术,为学生提供丰富的学习资源,设计生动的教学活动,促进他们学习方式的改进,提高学生的信息素养。

具体地,教科书反映信息技术的发展,结合相关内容让学生了解互联网、人工智能、大数据处理等相关内容。教科书创设了合理的信息化学习环境,将抽象的数学知识直观化,有助于激发学生学习数学的兴趣和探究新知的欲望,促进他们对数学概念的理解和数学知识的建构。在正文中,加强信息技术工具的应用,利用信息技术完成复杂计算和绘图、展示动态变化过程、探索数学结论;在教科书边空中,结合相关内容的展开,给出使用信息技术的提示;设置“信息技术应用”的选学内容,让学生结合某一专题内容,利用信息技术工具发现规律、探究性质、开展数学实验。

教科书注重利用信息技术建立、呈现探究环境,帮助学生分析和解决问题。尤其是信息技术工具强大的数值运算、代数推理、动态几何、统计分析等功能,为学生进行“数学实验”提供强有力的支持。通过信息技术创设的交互性的实验环境,可以创设一些问题情境,让学生围绕某个数学问题展开探究,让学生经历学习(研究)数学的过程,提升数学素养。在这一过程中,教科书所呈现的教学内容不单单是教师讲授的内容,而是学生主动建构的对象。信息技术也不再单纯是教师演示的工具,而是发现规律、获得猜想、解决问题的有效工具。

教科书不仅是一种教学资源,还是课程标准的具体化,是引领教学的主要载体,也是党和国家教育方针的具体体现,是国家事权,并具有社会属性。教科书建设是一个长期的过程,尽管教科书编者在各方面的大力支持下做了许多努力,但是肯定还存在许多不尽如人意之处,提高教科书质量是永恒的任务。路虽远,行则将至;事虽难,做则可成。随着课程改革的不断深入,在新的实践检验中,我们将不断努力,吸收各方面的意见和建议,使得这套教科书在现有基础上不断提高质量。

【作者简介】李海东,人民教育出版社课程教材研究所。

【原文出处】摘自《中学数学教学参考》(西安),2024.8中.2~7