

基于大概念的小学数学知识 结构化策略探究

——以“‘平面图形的面积’整理和复习”为例

张亚丽 邱寅

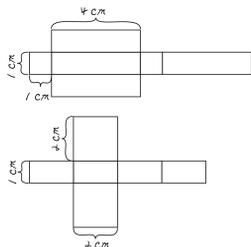
【摘要】小学数学复习课中往往存在“温故有余”而“知新不足”、“知识点有余”而“结构性不足”等现象,这都需要以学科大概念为核心来优化复习教学。基于大概念的小学数学知识结构化策略包括:挖掘大概念,促进内容结构化;转化大概念,驱动问题系统化;建构大概念,实现知识整体化;评价大概念,通达数学核心素养。

【关键词】知识结构化;学科大概念;小学数学;复习课教学

根据目前落实新课标的精神要求,小学数学教学要做到“让核心素养落地”,就需要基于学科大

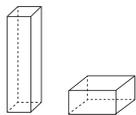
概念,构建结构化的课程体系,同时以主题为导向,使课程内容更加情境化。简单来说,就是要围绕学科大

展示作品:



思辨:如果在展开图上标出长、宽、高相应的数据,这些数据有什么特点?为什么?

归纳:第一种是长、宽、高中一条的长度一定是另两条的4倍;第二种是长、宽、高中两条的长度一定是另一条的2倍。



再思辨:展开图还可以是怎样的?一共有几种?

三思辨:如果一个大圆柱也截成同样大小的4个小圆柱,那这个大圆柱是怎样的呢?

【思考】紧扣“一个长方体刚好截成4个大小相等的小正方体”这一信息,将“体”与“展开面”“长、宽、高”充分联结,通过前两次思辨巧妙地将长方体的特征、长方体的展开图融入其中进行复习。第三次的思辨让学生在对比中感受图形的不同特征,同样

是截成4个大小一样的物体,思考方法可以完全不同,而且在这个过程中也会卷入“增加了多少表面积”“体积不变”等知识。

基于“联结”大概念复习教学,两大环节中分别展开“三次思辨”,在充分展示交流、整理讨论中进行平面与立体的顺向、逆向联结。第一份材料从平面到立体顺向联结,第二份材料从立体到平面逆向联结,整个过程不仅有知识内部的“二次联结”,更有思想方法的综合联结,促进学生思维宽度、深度、广度的立体发展。当然在思辨过程中对两份材料的反馈没有先后之分,可由学生来选择并确定思辨的顺序,也有利于激发学生的主动探究意识。

总之,在小学阶段从“度量”“运动”“联结”大概念构筑“线、面、体”教学的改进,精准把握知识、思维的联结节点,设置具有挑战性的任务,有利于帮助学生建构完整的“线、面、体”的结构化学习,促进学生实现小初数学学习的衔接。

【作者简介】方苏云,浙江省杭州市富阳区教育发展研究中心;徐添,浙江省杭州市富阳区大青小学。

【原文出处】《小学数学教育》(沈阳),2024.11上.16~18

概念来构建课程,这也是深化课程改革的关键.在小学数学课程中,复习课又是课程内容重建的主阵地.然而,许多复习课却“温故有余,知新不足”,教师们基本采取“知识回顾+典型例题讲解+巩固练习”的强化应试训练方式.这种复习方式应付常规题有一定的作用,但不能激发学生的学习兴趣和创新思维,对核心素养发展更是收效甚微.此外,复习课中往往过于关注“知识点”,导致“结构性不足”,教师们通常被庞大的知识点牵着“走”,缺少了整体性、系统性的把握.如何才能使复习课重现生机?如何才能使学生在数学复习课中发展数学核心素养?本文拟对这一问题进行探讨.

一、挖掘大概念,促进内容结构化

复习课并不是将过去所学的知识简单再现和罗列,而应是从整体上对所学知识进行建构.因此,复习教学最应该思考——创设什么样的真实情境才能巧妙地将学习者已学习的内容勾连起来?如何才能让知识点重构成有系统、有逻辑的整体性知识结构?答案便是:找到数学大概念.学科大概念处于学科核心位置,集中体现学科核心思想与方法,它对于课程结构化具有关键作用,能够帮助学习者深入理解知识本质从而实现迁移.聚焦大概念的学习能促进学习者对知识的深层理解与迁移,实现“少就是多”“贯穿一致”的学习理念.^[1]换言之,通过大概念,将有内在关联的知识进行整合,能够更深入地触及学科本质和思想方法,最终培养学生的数学核心素养,促进其全面发展.大概念的确定,有助于整合分散的单元内容,帮助学生构建知识体系并深化理解.这样的整合能够克服分课时学习的零散性和碎片化,促进学生全面掌握知识,实现温故且知新的目的.鉴于此,笔者以北师大版小学数学“‘平面图形的面积’整理和复习”复习课为例,探究大概念统整下如何使小数数学复习课内容结构化.

“‘平面图形的面积’整理和复习”是北师大版小学数学六年级下册的内容,从《义务教育数学课程标准(2022年版)》来看,“平面图形的面积”属于“图形与几何”领域中的“图形的认识与测量”主题;深度挖掘教材可以发现,该主题所学习的长方形、正方形、平行四边形、三角形、梯形、圆以及组合图形的面积公式推导都采用了“转化”这一思想方法(如图1

所示).换言之,“转化”这一“旧知”,便是“‘平面图形的面积’整理和复习”“新知”的生长点.

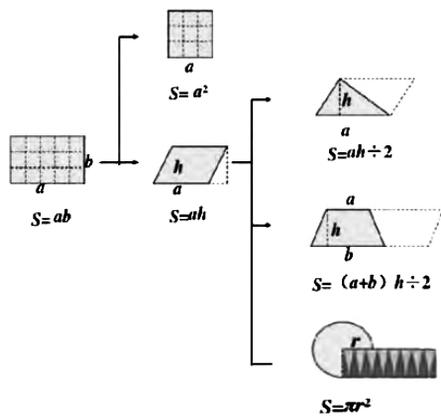


图1 平面图形面积的面积公式推导图

通过深入解读与分析,发现本课不仅关注知识点的学习,更注重培养学生的“抽象能力”这一核心素养.学生通过分析各种图形面积的计算方法,抽象出“转化”这一数学思想,巧妙地实现了数学知识和数学核心素养的连接,凸显了数学核心素养的重要价值.此外,“转化”思想具有强大的迁移价值,能够有效地将学科内外的知识和情境连接起来.简而言之,“转化”这一数学思想具有“中心性”和“可迁移性”等特征,理应成为本课的大概念.

二、转化大概念,使问题驱动系统化

以“转化”这一大概念来结构化“平面图形的面积”这一主题的内容后,我们更应该思考——创设什么样的真实情境才能巧妙地将学习者已学习过的内容勾连起来?设计什么样的问题才能让学习者在“温故”中有“知新”?

(一)立足学情,挖掘生长点

复习课既要“温故”,也要“知新”.因此在确立本堂课的学习目标前,要进行平面图形面积复习前测,了解学生复习之前已经知道了什么,哪些知识可以自主迁移,学生的思维难点在哪儿.通过前测我们了解到:第一,基础知识有遗忘,学生对于平面图形面积公式的推导过程有遗忘,例如,长方形和正方形的面积公式推导.第二,方法策略单一,学生在学习中不能够理解平面图形相互之间的联系,不能构建知识网络.在此基础上,借助 KUDB 目标模板从不同的维度刻画出学生“旧知”巩固与“新知”生长点,促进师生高效开展学习活动(见下页表1).

表1 “‘平面图形的面积’整理和复习”
一课的学习目标设计表

Know(知道什么)	知道平面图形的面积公式及推导过程,并能应用公式计算图形面积
Understand(理解什么)	体验转化思想和模型思想,建构面积计算的知识体系,发展几何直观
Do(能做出什么)	能够逐步形成整理知识、知识联系的意识 and 能力
Be(希望做什么)	能够根据事物之间的相互关系,做出合理的迁移

(二) 深耕问题,内化大概念

以“转化”这一大概念为核心,挖掘它的下位概念——核心概念,依据核心概念确定核心问题,并紧扣核心问题进一步设计子问题群,以子问题群支撑整个大概念建构的过程.从“‘平面图形的面积’整理和复习”一课来看,其驱动性问题可分解成层层推进的子问题群.

子问题1:平面图形的面积计算公式分别是什么?

子问题2:平面图形的面积计算公式分别是怎样推导出来的?

子问题3:根据公式之间的联系,用你喜欢的方法把6种图形之间的联系表示出来.

子问题4:有了平面图形面积的复习经验,下节课复习立体图形,你又打算怎么复习?

通过审视上述问题框架,可以发现大概念深植于核心问题之中,并融入实际的任务驱动中,在真实情境中,通过解读大概念找到核心概念,再依据核心概念确定核心问题,将核心问题细化为子问题群,依托子问题群通过问题驱动逐步展开学习活动,将大概念细化为具体可行的子任务,以任务驱动的方式推动深度学习的发生,促进学生的深度理解,从而内化大概念.

三、建构大概念,实现知识整体化

学生对大概念的建构,是在大量的学习活动中经历体验、积累、生成等环节,不断构建自己对概念的理解过程.数学学科是一门结构化学科,结构是数学学科最为本质的特征.在小学数学教学中,教师要引导学生把握数学知识的结构生长点、生发点、生成

点、延伸点.^[2]为了帮助学生清晰地理解数学知识的产生与发展过程,教师需要让学生经历从个体到类别、从具体到抽象、从局部到整体、从单一到综合的过程,进而掌握数学知识.在本节课中,教师设计序列活动,促进学生将教材中零散的知识点进行串联,使数学知识呈现出连贯性,使知识连点成线、织线成网,建构大概念.

(一) 以长方形为基础,建构图形之间的联系,实现第一次思维结构化

【片段1】

师:在推导各个图形面积公式时,我们发现图形之间是有联系的,那你能用你喜欢的方式把这6种图形之间的联系表示出来吗?(学生分组整理,典型的整理结果有两种,分别如图2、图3)

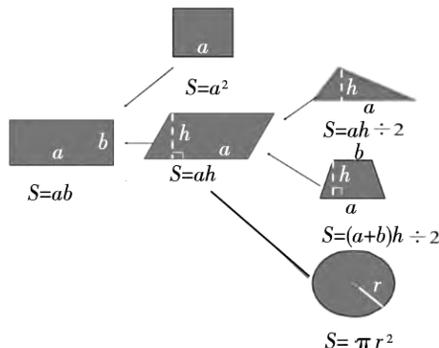


图2

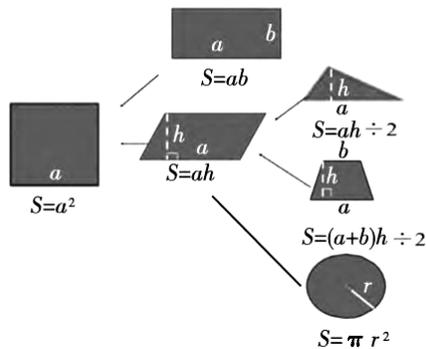


图3

生:我不同意图3的画法,理由是正方形是特殊的长方形,应该根据长方形的面积公式推导出正方形的面积公式,所以应该以长方形为基础来进行推导.

整个过程围绕核心概念“转化”而展开,学生经历探究、合作、交流等深度学习过程,发现可以以长方形面积公式为基础,通过转化推导出已学的6种

平面图形面积公式,打通了平面图形面积公式之间的壁垒,即从转化这种思想方法上构建了平面图形面积之间的联系,实现第一次思维结构化。

(二)以梯形为基础,建构图形之间的联系,实现第二次思维结构化

【片段2】

课件出示题目①:图4中如果高和下底不变,把梯形的上底增加8厘米,得到的图形面积是多少?

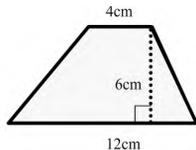


图4

学生解答完后追问:在做题的过程中,你有什么发现?

生:当梯形的上底和下底相等时,它就变成一个长方形或平行四边形。

老师演示课件验证学生的发现。

课件出示题目②:图5中如果高和下底不变,把梯形的上底减少5厘米,得到的图形面积是多少?

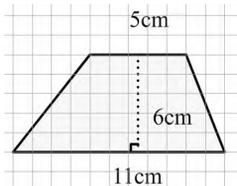


图5

学生解答完后追问:在做题的过程中,你有什么发现?

生:当梯形的上底为0时,变成了一个三角形。

老师演示课件验证学生的发现。

师:请同学们接着往下想,梯形在什么情况下变成正方形?

生:当梯形的上底、下底和高三者相等时,它就变成一个正方形。

师:看来这6种图形的联系还可以以梯形为基础来画(课件出示图6)。

在巩固应用阶段,通过动画演示梯形(下底和高不变)上底和腰的动态变化过程,从观察梯形形状的变化,到发现梯形面积公式的特征,引导学生透过现象看本质,发现梯形的上底改变,可以得到长方形、平行四边形、三角形、正方形。让学生体会到其他平面

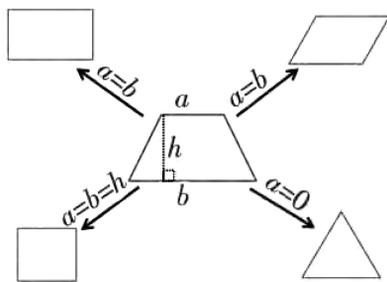


图6

图形与梯形之间的紧密联系,从而建立关联。在梯形面积这一概念的基础上,三角形面积和平行四边形面积等都可以视为特殊的梯形面积。在这个过程中,学生可以感受到化繁为简的数学魅力,实现知识结构化的同时实现思维结构化。

(三)探索平面图形统一的面积公式,实现第三次思维结构化

“不满足是向上的车轮”,即使学生能够实现前两次知识的结构化,但我们认为还不够。对于平面图形的面积公式的最高层次的结构化,我们认为是“面积的二维属性”,即平面图形的面积大小都是由线段长度和移动距离决定的。这就从数学的本质对面积进行了梳理与概括。当学生的意识中有了这样的存在,审视数学的目光才会真正不一样。

【片段3】

动画展示一条5cm长的线段垂直向上平移3cm后,线段扫过的区域形成一个长方形,如图7。

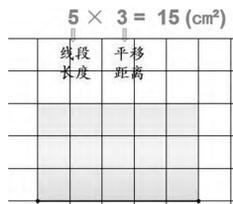


图7

引导学生观察,发现:长方形的面积可以用长×宽计算,还可以用线段长度×移动距离来计算。

动画展示一条5cm长的线段斜着向上平移3cm后,线段扫过的区域形成一个平行四边形,如图8。

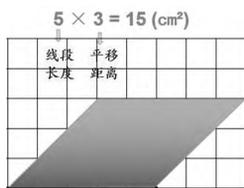


图8

引导学生观察,发现:平行四边形的面积可以用底 \times 高计算,还可以用线段长度 \times 移动距离来计算.课件出示图7、图8,引导学生仔细观察,可以发现他们有什么相同的地方?

生:两个图形都可以用线段长度 \times 移动距离来计算面积.

师:学到这里,你们有什么疑问吗?

生:梯形、三角形、圆能不能用这个公式来计算面积呢?

老师动画展示梯形面积也可以用线段长度 \times 移动距离来计算,只是线段长度变成了上底+下底的平均数,如图9.

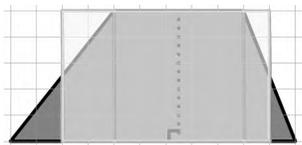


图9

师:三角形会解释吗?

生:三角形可以看作是上底为0的梯形,所以道理和梯形一样,都要用到平均数的知识.

师:解释圆要用到微积分的知识,有兴趣的同学课后可以接着研究.这样看来所有平面图形的面积都可以用线段长度 \times 移动距离来计算.我们的复习课不能只回顾学过的知识,还得做到“温故而知新”!

通过动画课件,学生直观地感知了“线段长度 \times 平移距离=平面图形的面积”这个面积计算方法的缘由,将学生脑海中关于平面图形面积公式的一些零散的知识归纳、整合成同一公式,再次从计算方法上构建了平面图形面积之间的联系.学生既回顾了基础知识,又在老师的引导下从更高层次去理解了学科知识,理解了知识背后所蕴含的逻辑依据、思想方法和价值意义,达到了知识的整合和课程内容的结构化,学生也能够更大范围内和更高层次上迁移运用自己所获得的知识.

通过三次知识的结构化,我们致力于将学生的数学学习构建成一个有机的整体,让学生了解知识的起源、发展与未来.通过有机地安排和规划相关内容,构建数学认知结构网,使学生能够将简单的内容学得丰富而深刻.

四、评价大概念,通达数学核心素养

在“平面图形的面积”整理和复习”这一课中,

学生能够架构起“转化”具有生长性的大概念,且能够广泛迁移应用.学生理解知识之间的联系与结构,掌握学习方法,并能迁移运用所学方法解决新问题.简言之,学生在结构化学习中建构大概念,逐步通达数学核心素养.

上课伊始,以“你准备怎样整理与复习平面图形的面积”这个开放式问题开课,引导学生自主地进行思考到底该如何整理与复习平面图形的面积,学生通过思考得出应该复习公式、推导过程、应用以及探索面积之间的联系几个主要的复习要点.其实这也是复习图形与几何领域中比较常用的方法.

在课的结尾,通过对整节课的回顾,使学生感知到点动成线、线动成面、面动成体,并顺势自然提问“下节课复习立体图形,你又打算怎么复习”.借助平面图形复习的经验,孩子们能自主进行知识的迁移,也打算从“公式—推导—关系—应用”这四个方面进行复习.就这样,平面图形面积的复习只是一个触发点,“立体图形体积的复习”则是学生借助上一触发点积累的经验实现的知识与能力的迁移.这样的学习过程打破了二维到三维的壁垒,建立了研究图形与几何领域学习内容的模型.

在数学学习过程中,我们应将学生的数学学习视为一个有机整体.以大概念为核心,连“点”成“线”,织“线”成“网”,促进学生在更为高位和整体的视角建立知识之间的关联.这样的教学方法可以更好地培养学生的结构化思维,促进学生的学习从散点到整体、从浅显到深入.通过这种方式,将使学生的知识学习和能力提升融为一体,进而提升学生的数学核心素养.

参考文献:

[1]夏繁军,胥庆,王建华.数学大概念及其提取[J].教育研究与评论(中学教育教教版),2021,(10):36-40.

[2]徐丽霞.立足“大概念”,助推学生“结构化学习”[J].江西教育,2022,(24):8-9.

【作者简介】张亚丽、邱寅,成都市盐道街小学卓锦分校(成都 610011).

【原文出处】《教育科学论坛》(成都),2024.5中.70~74