

# 生成式人工智能助力高中数学 概念教学的探索

——以“斐波那契数列”为例

陈亮

**【摘要】**教师运用生成式人工智能教学能够加深学生对知识的理解,增强体验,促进思考,有利于规模化教育与个性化培养有机结合。文章梳理生成式人工智能赋能高中数学理解型教学的三个维度,构建基于生成式人工智能的高中数学理解型课堂教学路径,并以“斐波那契数列”为例,阐述“讯飞星火”认知大模型在数学理解型教学中的应用方法,并给出使用建议。

**【关键词】**生成式人工智能;高中数学;概念教学;斐波那契数列

理解数学概念一直是课堂教学的重点,也是学生学习数学知识、提升数学素养的关键环节。数学理解型教学是一种以理解为取向的课堂教学形态,旨在避免数学教学中机械学习的倾向,促进以思维参与为核心的理解性学习<sup>[1]</sup>。与传递取向的教学不同,数学理解型教学更重视知识所表征的意义或事物意义的获得,主张通过知识的建构和意义的赋予,发展和丰富个体的意义世界<sup>[2]</sup>。传递取向与理解型教学有较大区别:从教学方法上看,前者是教师讲授、示范、练习和测试,让学生模仿、记忆,后者是教师开展探究式、发现式、情境式教学,让学生主动探索、建构知识,提升素养;从教学目标上看,前者要求学生掌握知识、会应试,后者要求学生理解知识,提高数学思维、逻辑推理和解决问题的能力;从教学评价上看,前者侧重结果评价(如成绩),后者全面多元评价,兼顾过程与结果,关注学生情感体验和价值观。在理解型教学模式下,课堂更加民主开放有弹性,评价更多元化。这必然对教学提出更高的要求,教师需要技术辅助。现代技术极大地改变了课堂活动的生态图景,成为推动课堂教学变革中最为活跃的一个因素<sup>[3]</sup>。教师运用生成式人工智能(Artificial Intelligence Generated Content,简称AIGC)教学能够加深学生对知识的理解,增强体验,促进思考,有利于规模化教育与个性化培养有机结合。教师需要积极适应

人工智能技术的快速发展,秉持技术向善理念,使用相关工具协作完成各类教学任务。

基于此,笔者梳理AIGC赋能高中数学理解型教学的三个维度,构建基于AIGC的高中数学理解型课堂教学路径,并以“斐波那契数列”为例,阐述“讯飞星火”认知大模型在数学理解型教学中的应用方法,并给出使用建议。

## 一、AIGC赋能高中数学理解型教学的三个维度

数学理解型教学包含彼此区别又相互联系的三个层面:理解性教学、数学地理解和为理解而教<sup>[4]</sup>。理解性教学:教师应为学生理解性学习创造条件,这是教学的基本要求。数学地理解:知识不会自发地形成,学生应该高效地参与知识建构,而不是被动地接受。为理解而教:理解是数学教学的目标,要评估目标达成度。AIGC凭借启发性内容生成、对话情境理解、序列任务执行和程序语言解析4项核心能力,能够在分析教材、诊断学情等方面提供支持,为师生提供高效、准确、公正的评估服务。在AIGC支持下学生可以更好地理解所学知识和技能,从而更好地应用它们<sup>[5]</sup>。AIGC与高中数学理解型教学具有很好的耦合性,主要体现在教学、学习和评价三个维度。

(一)AIGC助力教师减负增效:生成教学资源,提高教学效率

AIGC平台能生成教学资源,智能支持教学活

动,自动化处理烦琐任务,有效减轻教师工作负担,提高教学效率(见表1)。

表1 AIGC 助力教师减负增效

阶段	功能	具体表现
课前	智能备课,生成教学资源	生成与教材版本、课标匹配的备课资料,包括教学设计模板、例题(习题)等,节省教师搜集整理资料的时间.分析学情,提供教学建议,帮助教师优化教学设计,提升备课质量
课中	智能辅导,实时教学支持	生成问题的解答,可多次回答,呈现多种回答方式,如图文解释等,减轻教师答疑辅导的压力.实时分析学生参与度、理解程度等数据,帮助教师及时调整教学,提高教学质量
课后	生成作业并批改,帮助教师反思教学不足	生成有针对性的作业,自动识别答案的对错,批改并给出详尽的解题步骤、错误原因分析及改进意见,减轻教师批阅负担.为教学反思提供依据,提高教学精准度

(二) AIGC 促进学生自主学习:智能对话互动,深化数学理解

AIGC 支持智能对话互动,为学生学习数学提供实时的技术支持.它能够读懂学生的学习需求,提供个性化的学习资源与指导,帮助学生解决问题,深化对数学知识的理解,提升学习能力(见表2)。

(三) AIGC 革新教学评价方式:实时测评反馈,实现精准评价

AIGC 正在改变教学评价方式,通过实时测评反馈与数据分析,为教师提供全面、客观、细致的学生学习状况评估报告,助力教师进行教学决策与干预(见表3)。

## 二、基于 AIGC 的高中数学理解型教学实践

笔者选取人民教育出版社《普通高中教科书数学选择性必修第二册(A版)》第10—11页中“阅读与思考”的内容“斐波那契数列”,用“讯飞星火”认知大模型辅助教学,探索 AIGC 助力数学理解型教学的方法与策略。

### (一) 教学路径

教师在教学中既要关注学生理解数学的过程,

表2 AIGC 促进学生自主学习

阶段	功能	具体表现
课前	预习测试与智能导学	生成预习指引,引导学生进行针对性预习,测试找到知识盲点与理解误区,以对话互动方式引导学生自主学习,扫清学习障碍
课中	即时答疑互动与深度理解	生成解题思路和错因分析报告,即时解决听课过程中遇到的困惑.多轮对话引导学生就难点问题展开互动交流,将复杂的数学问题可视化(图示),实时推送拓展资料、进阶练习等,促进深度理解
课后	学习总结与建议,资源推荐	生成学习报告,总结学生在学习中的优势与不足,提供个性化的学习建议.生成思维导图帮助学生整理知识,构建体系.推荐复习资料、练习题等,确保学生科学高效地进行课后复习

表3 AIGC 革新教学评价方式

阶段	功能	具体表现
课前	学情评估	课前对学生进行知识前测,生成个性化评估报告,精准评估学生对即将学习内容的已知程度、潜在难点,助力教师制订针对性教学计划
课中	过程性评价	学生完成习题、参与讨论等活动后,平台自动记录并分析活动情况,提供学习评价量化依据,生成学生的过程性评价报告
课后	结果性评价与教学改进	基于全班学生的学习数据,生成教学多元评价结果,包括目标达成度、教学有效性、学生满意度等多维度评价指标.教师据此进行教学反思,调整教学策略,优化教学过程

循序渐进地设计教学流程,又要以学生理解数学作为教学目标,重视数学知识的深度与广度.基于此,笔者以“斐波那契数列”为例,构建基于 AIGC 的高中数学理解型课堂教学路径(如下页图1).在 AIGC 的技术融合线的连接下,教学流程线和数学理解线融合形成五个教学环节:情境导入,激活经验性理解;观察发现,助力形式化理解;类比探究,深化结构

化理解;学以致用,达成迁移性理解;小结提升,拓展文化性理解。

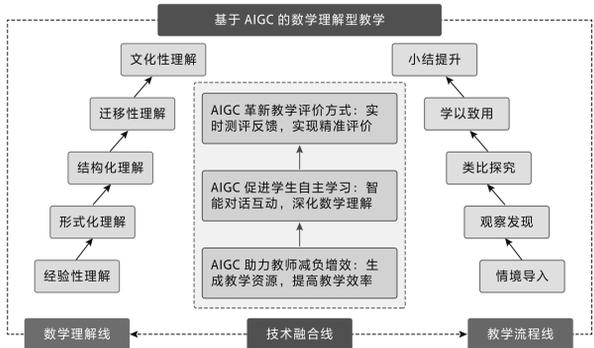


图1 基于AIGC的高中数学理解型课堂教学路径

## (二) 课堂教学

### 1. 情境导入,激活经验性理解

课堂伊始,教师利用“讯飞星火”获得了关于“斐波那契数列”的教学情境素材,选取视频《斐波那契螺旋》进行课堂导入,引导学生复习等差、等比数列的基本知识并探究数列的一般路径,指出生活中还有一些比较特殊的数列,值得研究。

教师给出如下引例。1202年,意大利数学家斐波那契的著作《算盘书》出版了,书中记载了一个关于兔子繁殖的有趣问题:如果一对大兔子每个月可以生一对小兔子(一雄一雌),而一对小兔子在它出生后的第3个月里,又能生一对小兔子。假定一年内没有死亡,由一对初生的小兔子开始,一年后会有多少对兔子?树状图的动态显示,随着月份增加,兔子数量不断增加。学生得到一些数:1,1,2,3,5,8,…。教师要求学生自己归纳剩下的第6—12月的数据。在这个过程中,教师引导学生探究这些数的排列规律。

设计意图:教师导入情境,介绍斐波那契及其发现的“兔子数列”,展现数学知识生成的文化背景,使学生初识数学文化,体会其中蕴含的趣味性、文化性和思想性。引导学生探究兔子数量之间的规律,将实际问题转化为数列问题。回顾研究数列的一般路径,复习等差、等比数列的知识,激活学生经验性理解,为本节课的探究活动教学打基础。

### 2. 观察发现,助力形式化理解

教师提出问题:对于该数列,应该如何求第50项?学生分组讨论,他们想用数列的通项公式来求

第50项,但该数列的通项公式不易观察得出。部分学生的抽象概括能力和提炼总结意识较弱,于是教师引导学生应用AIGC帮助理解。学生使用“讯飞星火”,直接输入“1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,…”并询问是否认识该数列,数列有什么样的规律。它马上识别出这是“斐波那契数列”,给出数列定义和递推计算公式,准确高效地归纳提炼出核心问题(如图2)。

你认识这个数列吗?它有什么样的规律? 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ...

这个数列是著名的“斐波那契数列”(Fibonacci sequence),每一个数字都是前两个数字的和。具体来说,数列中的第一个和第二个数字是1,从第三个数字开始,每个数字都是前两个数字之和。

“斐波那契数列”的通项公式可以用递归的方式表示为:

$$F(n) = F(n-1) + F(n-2)$$

其中,  $F(n)$  表示数列中的第  $n$  个数字,  $F(n-1)$  是前一个数字,  $F(n-2)$  是再前一个数字。

“斐波那契数列”的前几个数字的计算过程如下:

$$F(1) = 1, F(2) = 1,$$

$$F(3) = F(2) + F(1) = 1 + 1 = 2,$$

$$F(4) = F(3) + F(2) = 2 + 1 = 3,$$

$$F(5) = F(4) + F(3) = 3 + 2 = 5,$$

$$F(6) = F(5) + F(4) = 5 + 3 = 8,$$

……

以此类推。

图2 利用“讯飞星火”识别数列

接着,教师问学生“‘斐波那契数列’的递推公式是否就是  $F(n) = F(n-1) + F(n-2)$ ”。学生在辨析中认识到“讯飞星火”给出的答案不够严谨。在教师启发下学生提炼出“斐波那契数列”的递推公式

$$为 \begin{cases} F_1 = F_2 = 1, \\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2} (n \geq 3, n \in \mathbb{N}). \end{cases}$$

设计意图:从具体的某一项出发,引导学生利用对递推的经验性理解来归纳提出数列的递推公式。AIGC用自然语言和符号语言,帮助学生理解并强化斐波那契数列通项的特点,使学生有初步的形式化理解。

### 3. 类比探究,深化结构化理解

问题:“斐波那契数列”是逐项递推而来的,少了前一项就不知道后一项。求第  $n$  项数列,要从头算起,很麻烦。有时不想知道前面的数,只想知道某一项的数,怎么办?

在学生完成类比推导等比数列通项公式的探究任务后,教师引导学生询问“讯飞星火”,得到通项公式,即  $F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[ \left( \frac{\sqrt{5}+1}{2} \right)^n - \left( \frac{-\sqrt{5}+1}{2} \right)^n \right]$ 。教师追问:你们能理解这个式子有什么样的结构特点吗?

学生思考后,展开计算探究,发现将后一项除以

前一项的商约等于 1.618。于是,猜想随着  $n$  的增大,比值逐渐近似于某个值。但这个只是有限项的计算结果,这个猜想是否正确呢?倘若课堂上让学生笔算,必然耗费相当多的时间,影响一节课的完整性。对于这种简单重复的计算工作,AIGC 非常胜任。“我想探究‘斐波那契数列’的后一项除以前一项的商的规律,你可以列出前十项的计算结果吗”,学生询问“讯飞星火”得到具体的数据证实了猜想,并且得知这个比值近似于黄金分割比例。学生得到一个性质:当  $n$

趋向于正无穷时, $\frac{F_n}{F_{n-1}} \approx 1.618$ 。

设计意图:为了突破难点,教师指导学生从理解通项公式的本质出发,联想、类比得到等差与等比数列的通项公式的过程,引导学生尝试找到项之间的关系。学生会将后一项减去前一项,发现不是固定的常数,但是将后一项除以前一项,随着  $n$  的增大,会发现比值逐渐近似于 1.618。教师尽量让学生经历这一发现过程。

接着教师又指出“斐波那契数列”有很多有趣的性质,引导学生计算分析它的结构特征。

教师:图 3 中阴影部分这个长方形的面积是多少?最外围的大长方形面积是多少?

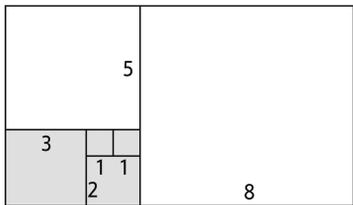


图 3 “斐波那契数列”结构特征图示

学生分组讨论,动手计算:

$$(1) 12 + 12 + 22 + 32 = 3 \times (2 + 3) = 3 \times 5 = 15;$$

$$(2) 12 + 12 + 22 + 32 + 52 + 82 = \dots$$

教师追问:由此你可以猜想得到什么结论?学生观察式子的结构特征,发现每个小正方形的边长刚好是斐波那契数,得出结论:所有长方形的宽与长都是“斐波那契数列”中相邻两项,因此  $a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 = a_n \times a_{n+1}$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ )。

设计意图:用图形表示等式,让学生体会数与形的完美结合。学生观察式子结构,了解这个性质中对  $n$  取任意正整数均可找到对应的图形表示。在描述的过程中,教师引导学生关注到图形中所构成的所有

长方形的宽与长都是斐波那契数列中相邻两项,也为后面讲解斐波那契螺旋线埋下伏笔,让学生在学习数学文化的同时,感受“斐波那契数列”的数学美。

#### 4. 学以致用,达成迁移性理解

典例分析:已知“斐波那契数列”1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... 递推公式为

$$\begin{cases} a_1 = a_2 = 1 \\ a_n = a_{n-1} + a_{n-2} (n \geq 3, n \in \mathbf{N}^*) \end{cases}$$

求解:

(1)  $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{2021}$  是“斐波那契数列”中的第\_\_\_\_\_项。

(2)  $1 + a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{2022}$  是“斐波那契数列”中的第\_\_\_\_\_项。

(3)  $\frac{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_{2023}^2}{a_{2023}}$  是“斐波那契数列”中的第\_\_\_\_\_项。

为了提高学生提问的积极性,使其体会 AIGC 答疑的优越性,教师引导学生在“讯飞星火”上输入一个关于“斐波那契数列”的问题,接着利用“角色+学科+目标+要求”的指令句式对“讯飞星火”提问:“你是一名教师(角色),请你从高中数学的角度(学科),回答如何求‘斐波那契数列’奇数项的和(目标),并说明你的推导过程(要求)”。学生借助“讯飞星火”得到结果(如图 4)。

观察具体例子

首先,我们考虑“斐波那契数列”的前几项:  $F_1 = 1, F_2 = 1, F_3 = 2, F_4 = 3, F_5 = 5, \dots$

奇数项的和的例子:

对于第 1 个奇数项 ( $F_1$ ), 和为 1。

对于前 2 个奇数项 ( $F_1 + F_3$ ), 和为  $1 + 2 = 3$ 。

对于前 3 个奇数项 ( $F_1 + F_3 + F_5$ ), 和为  $1 + 2 + 5 = 8$ 。

寻找规律

观察上述例子,我们可以看到奇数项的和似乎与“斐波那契数列”的某些特定项有关。具体来说,奇数项的和等于紧接着下一个偶数项的值。例如:

$F_1 = 1$  (第 1 个奇数项的和)

$F_1 + F_3 = F_4 = 3$  (前 2 个奇数项的和)

$F_1 + F_3 + F_5 = F_6 = 8$  (前 3 个奇数项的和)

推广到一般情况

基于上述观察,我们可以假设对于任意正整数  $n$ ,“斐波那契数列”的前  $n$  个奇数项的和等于第  $n+1$  个偶数项的值。即:

$$F_1 + F_3 + F_5 + \dots + F_{2n-1} = F_{2n}$$

#### 图 4 利用“讯飞星火”答疑

教师追问:由例题你能猜想有哪些结论呢?学生在 AIGC 帮助下,结合例题总结出“斐波那契数列”的一些性质。为了检测学习效果,学生向“讯飞星火”提问,要求提供一道与“斐波那契数列”相关的高考试题。它很快提供题目,不仅有题目,还有题目的背景以及解法总结:“通过这道题目,我们看到‘斐波那契数列’可以与其他数列结合起来,形成

复杂的递推关系,并且需要运用归纳法来证明数列的性质.这类题目不仅考查了学生对“斐波那契数列”的理解,而且考评学生的逻辑思维和数学推导能力.”

设计意图:设置例题是为了巩固学生对“斐波那契数列”性质的应用,让学生借助 AIGC 总结得出更多的性质,接受个性化的习题训练,达到迁移理解、自主学习的目的.

### 5. 小结提升,拓展文化性理解

问题:如果在每个正方形内画四分之一的圆弧,将这些弧线连起来,观察它的形状,在生活中能找到这样的图案吗?

在学生拼出螺旋线后,教师指出:图形中的正方形都是以斐波那契数为边长的,因此这条优美的螺旋线称为斐波那契螺旋.只要我们在图中逐渐增加边长为斐波那契数的正方形,则斐波那契螺旋就会不断向外延伸.实际上,生活中有非常多这样的案例,教师为学生展示海螺、发旋等图片.

教师总结指出,这节课大家分析兔子繁殖问题认识了斐波那契数列,通过计算发现了该数列的一些性质和黄金分割数,其中黄金分割在生活中有广泛应用.教师让学生课后利用 AIGC 查阅资料,分组汇报对于“斐波那契数列”的文化认识.

设计意图:教师让学生作图经历发现美的过程,体会数学之美.带领学生总结,全面梳理学习过程与核心知识,将知识拓展到生活中,将课堂教学延伸到课后,提出探究性问题,让学生对“斐波那契数列”文化性有深刻的认识与理解.

## 三、反思及建议

### (一) 教学反思

AIGC 在数学理解型教学中的应用,展现了巨大的潜力和价值,特别是在激发学生学习主动性和热情方面. AIGC 能够根据师生需求生成个性化的资源,展开对话互动.学生不再是被动接受知识的容器,而是积极探索、主动学习的参与者.学生能够根据自己的基础和兴趣,选择合适的数学素材进行学习,这极大地提高了他们的学习兴趣.每个学生都可以按自己的节奏学习.个性化学习有助于培养学生的自主学习能力,这恰好是数学理解型教学所倡导的. AIGC 的及时反馈机制,为学生提供了及时的学

习支持.这种及时反馈不仅突破了传统教学中教师答疑的时间和空间限制,而且提高了解决问题的效率.学生在遇到困难时可立即获得帮助,这对于学生持续学习和深度学习至关重要.

### (二) 使用建议

AIGC 与一般的信息技术不太相同,对使用者的信息技术技能要求很低,这样的低门槛将提高使用者的积极性.需要注意的是,清晰表达问题、掌握询问技巧是运用 AIGC 生成准确素材的前提,这反映出数学交流能力的重要性. AIGC 在解答数学问题时可能出现错误或不准确、不适合的情况.例如,在询问“讯飞星火”如何开展数学理解时,它提供了多种教学方法,其中有“矩阵表示法”,这是不符合高中生实际水平的.如果初次提问得到的答复不符合要求,建议多次提问或换一个更加准确的说法进行提问.师生一定要批判性地使用 AIGC.同时还要注意,如果学生过分依赖 AIGC 来解决数学问题,可能会忽视发展自身的计算和逻辑思维等能力,导致基本数学技能被削弱.笔者认为,教师的角色不可替代,我们需要找到一种平衡,让 AIGC 成为教师的助手,而不是替代者.

### 参考文献:

[1][3] 徐兆洋. 基于 TI - Navigator 技术的数学理解型教学研究[J]. 电化教育研究, 2013(11): 110 - 114.

[2][4] 徐兆洋. 数学理解型教学及其课例设计[J]. 数学通报, 2012(1): 41 - 44.

[5] 卢宇, 余京蕾, 陈鹏鹤, 等. 生成式人工智能的教育应用与展望: 以 ChatGPT 系统为例[J]. 中国远程教育, 2023(4): 24 - 31.

【作者简介】陈亮, 广东省广州市南沙鱼窝头中学教师.

【原文出处】《中小学数字化教学》(京), 2024. 9. 45 ~ 49

【基金项目】本文系广州市南沙区教育科学规划 2023 年度课题“高中数学项目式学习案例的开发与实践”(编号: NSJYKY2023089) 的研究成果.